УДК 519.6+550.3+ 553.9

ИЗУЧЕНИЕ ВНУТРЕННИХ НАПРЯЖЕНИЙ ГОРНЫХ МАССИВОВ В РАМКАХ УПРУГИХ СЛОИСТО БЛОКОВЫХ МОДЕЛЕЙ С ВКЛЮЧЕНИЯМИ ИЕРАРХИЧЕСКОГО СТРОЕНИЯ L-ГО РАНГА.

Хачай О.А.[1], Хачай А.Ю.[2]

[1]Хачай Ольга Александровна, доктор физико-математических наук, ведущий научный сотрудник (должность), Институт геофизики УрО РАН имени Ю.П.Булашевича, olgakhachay@yandex.ru, г. Екатеринбург, Россия

[2] Хачай Андрей Юрьевич, кандидат физико-математических наук, доцент, Уральский Федеральный Университет имени первого Президента России Б.П.Ельцина, г. Екатеринбург, Россия.

Реферат. В последние годы интенсивно развиваются новые модели механики сплошных сред, обобщающие классические теории упругости. Эти модели находят применение для описания композитных и статистически неоднородных сред, новых конструкционных материалов, а также для сложно построенных массивов в шахтных условиях. В работе излагается алгоритм распространения акустических волн в рамках активного мониторинга упругих слоисто блоковых сред с включениями иерархического типа L-го ранга. Получены соотношения для внутренних напряжений и деформаций для каждого иерархического ранга, которые составляют нелокальную теорию упругости. Исследуются существенные отличия нелокальной теории упругости от классической и связь между ними. Характерным отличием теории сред с иерархической структурой является присутствие в явной или неявной форме масштабных параметров, т.е. явная или скрытая нелокальность теории. В работе основное внимание уделяется исследованию эффектов нелокальности и внутренних степеней свободы, отражающихся во внутренних напряжениях, которые не описываются классической теорией упругости и которые могут быть потенциальными предвестниками развития катастрофического процесса в горном массиве.

Ключевые слова: внутренние напряжения, иерархическая среда, акустическое поле, итерационный алгоритм моделирования, нелокальная теория упругости, мониторинг тензора напряжений.

Key words: internal stresses, hierarchical inclusions, acoustic field, iterative modeling algorithm, nonlocal theory of elasticity, stress tensor monitoring.

Введение

В последние годы интенсивно развиваются новые физические и математические модели материальных сред, которые могут рассматриваться как далеко идущие обобщения классических теорий упругости[1-4]. Наука о пластичности и прочности твердых тел переживает стадию смены парадигмы. В течение длительного времени описание пластической деформации и разрушения твердых тел развивалось в рамках линейных приближений механики сплошной среды(макромасштабный уровень) и физики деформационных дефектов в нагруженном твердом теле (микромасштабный уровень). Однако в последние десятилетия стало очевидным, что деформируемое твердое тело представляет собой многоуровневую иерархически организованную систему, которая должна описываться в рамках нелинейной механики и неравновесной термодинамики [5]. Рассмотрены фундаментальные проблемы, возникающие при применении второго закона термодинамики к анализу систем на макроскопическом и микроскопическом уровнях. Показано, что неравновесность состояния системы может стать причиной возникновения в ней порядка и что необратимые процессы могут приводить к возникновению нового типа динамических состояний материи, названных «диссипативными структурами».[2].

Работа Кунина [3] посвящена сравнительно узкому вопросу: исследованию моделей упругих сред с микроструктурой. Исторически одной из первых моделей упругой среды, которая не может быть описана в рамках классической теории упругости, является континуум Коссера (1909). Однако долгое время мемуар Е. и Ф. Коссера оставался незамеченным, и лишь начиная примерно с 1958—60 гг. стали усиленно развиваться обобщенные модели континуума Коссера: теория ориентированных сред, несимметричная, моментная, мультиполярная, микроморфная и т. п. теории упругости (для краткости мы будем называть их моментными теориями). К настоящему времени опубликовано несколько сот работ, посвященных этой тематике, и их число продолжает быстро возрастать. Попытаемся весьма схематично классифицировать различные нелокальные теории упругих сред. Характеристической чертой всех таких теорий является их явная или неявная нелокальность. Последняя, в свою очередь, проявляется в том, что теории содержатся параметры, имеющие размерность длины. Эти масштабные параметры могут иметь различный физический смысл: напрмер,расстояние между частицами в дискретных структурах, размер зерна или ячейки, характерный радиус корреляции или сил дальнодействия и т.д. Но всегда будем предполагать, что масштабные параметры малы по сравнению с характерным размером тела. Следует различать случаи сильной и слабой нелокальности. Если «разрешающая способность» модели имеет порядок масштабного параметра, т.е. в рамках соответствующей теории физически допустимо рассмотрение длин волн, соизмеримых с масштабным параметром, то мы будем называть теорию нелокальной, или сильно нелокальной (при желании это подчеркнуть), В таких моделях можно рассматривать элементы среды порядка масштабного параметра, но, как правило, расстояния, много меньшие масштабного параметра, не имеют физического смысла. В нелокальных моделях скорость распространения волн зависит от их длины, поэтому часто употребляется также термин «среда с пространственной дисперсией». Подчеркнем, что нелокальность или пространственная дисперсия могут иметь различное происхождение. Они могут быть обусловлены микроструктурой среды (в частности, дискретностью микромодели) или приближенным учетом таких параметров, как толщина стержня или пластины. Соответственно можно говорить о физической или геометрической природе нелокальности. О структуре исходной микромодели «знают» только эффективные упругие модули, но извлечь из них эту информацию, конечно, невозможно. Отсюда следует, что явный учет эффектов микроструктуры и, в частности, внутренних степеней свободы возможен лишь при одновременном учете нелокальности, т.е. последовательная теория упругих сред с микроструктурой обязательно должна быть нелокальной [3].

В последние годы большое внимание уделяется исследованию пространственного напряженно-деформированного состояния горного массива. Эти исследования ведутся как с целью практического освоения больших глубин с помощью глубоких шахт. Так и с целью изучения напряжений в земной коре. Основное внимание уделяется экспериментальным методам наблюдения за деформациями и перемещениями в горном массиве в окрестности выработок и оценкам напряжений. Развитие инструментальных методов требует основательного проникновения физических представлений в горные науки. Обнаруженный эффект зональной дезинтеграции горных пород в окрестности подземных выработок на больших глубинах есть одно из естественных состояний горного массива, находящегося под действием гравитационных и тектонических сил [4].

В работе [6, см библиографию] подробно изложена проблема определения остаточных напряжений экспериментальными методами, природа возникновения и сохранности остаточных напряжений в горных породах, металлических конструкциях, многокомпонентных материалах. При измерениях напряжений в массиве горных пород методами разгрузки фиксируется суммарный результат деформаций от снятия остаточных напряжений и напряжений внешних сил. Однако для прогнозирования возможного разрушения массива возникает необходимость в разделении напряжений массива на напряжения внешних сил и остаточные внутренние напряжения. При этом вследствие того, что структура массива имеет слоисто блочный вид с внутренними включениями иерархического типа, которые расположены нелокально, необходимо иметь возможность определять более точно возможный источник внутреннего разрушения.который влечет за собой разрушение по принципу домино. В настоящей работе разработан 2D алгоритм определения внутренних напряжений в рамках акустического мониторинга слоисто блоковой упругой среды с упругими иерархическими включениями *L*-го ранга.

2D алгоритм определения внутренних напряжений в рамках акустического мониторинга слоисто блоковой упругой среды с упругими иерархическими включениями L-го ранга с использованием продольной волны.

В работе [7] выписан алгоритм моделирования дифракции звука на двумерном упругом однородном включении, расположенном в *J*-ом слое *N*-слойной среды.

$$
\begin{gathered}
\frac{(k_{1ji}^2-k_{1j}^2)}{2\pi}\iint\limits_{S_C}\varphi(M)G_{Sp,j}(M,M^0)d\tau_M+\frac{\rho_{ja}}{\rho_{ji}}\varphi^0(M^0)-\\
-\frac{(\rho_{ja}-\rho_{ji})}{\rho_{ji}2\pi}\oint\limits_C G_{Sp,j}\frac{\partial\varphi}{\partial n}dc=\varphi(M^0),M^0\in S_C\\
\frac{\rho_{ji}(k_{1ji}^2-k_{1j}^2)}{\rho(M^0)2\pi}\iint\limits_{S_C}\varphi(M)G_{Sp,j}(M,M^0)d\tau_M+\varphi^0(M^0)-\\
-\frac{(\rho_{ja}-\rho_{ji})}{\rho(M^0)2\pi}\oint\limits_C G_{Sp,j}\frac{\partial\varphi}{\partial n}dc=\varphi(M^0),M^0\notin S_C
\end{gathered}
\tag{1}
$$

где $G_{Sp,j}(M,M^0)$ – функция источника сейсмического поля, краевая задача для которой сформулирована в работе [7], $k_{1ji}^2=\omega^2(\rho_{ji}/\lambda_{ji})$ – волновое число для продольной волны, в приведенном выражении индекс ji обозначает принадлежность свойств среды внутри неоднородности, ja – вне неоднородности, λ – постоянная Ламэ, ρ – плотность среды, ω – круговая частота, $\vec{u}=grad\varphi$ – вектор смещений, φ^0 – потенциал нормального сейсмического поля в слоистой среде в отсутствие неоднородности: $\varphi_{ji}^0=\varphi_{ja}^0$,С-контур неоднородности, Sc-площадь неоднородности.

В работе [8] выписан алгоритм моделирования дифракции звука на двумерном упругом включении иерархического строения ранга *l* (*l*=1,…*L*), расположенном в *J*-ом слое *N*-слойной среды.

$$\begin{aligned}
&\frac{(k_{1jil}^2-k_{1j}^2)}{2\pi}\iint\limits_{S_{Cl}}\varphi_l(M)G_{Sp,j}(M,M^0)d\tau_M+\frac{\rho_{ja}}{\rho_{jil}}\varphi_{l-1}^0(M^0)-\\
&-\frac{(\rho_{ja}-\rho_{jil})}{\rho_{jil}2\pi}\oint\limits_{Cl}G_{Sp,j}\frac{\partial\varphi_l}{\partial n}dc=\varphi_l(M^0),M^0\in S_{Cl}\\
&\frac{\rho_{jil}(k_{1jil}^2-k_{1j}^2)}{\rho(M^0)2\pi}\iint\limits_{S_{Cl}}\varphi_l(M)G_{Sp,j}(M,M^0)d\tau_M+\varphi_{l-1}^0(M^0)-\\
&-\frac{(\rho_{ja}-\rho_{jil})}{\rho(M^0)2\pi}\oint\limits_{Cl}G_{Sp,j}\frac{\partial\varphi_l}{\partial n}dc=\varphi_l(M^0),M^0\notin S_{Cl}
\end{aligned}\qquad(2)$$

где $G_{Sp,j}(M,M^0)$ – функция источника сейсмического поля, она совпадает с функцией выражения (1), $k_{2jil}^2=\omega^2(\rho_{jil}/\mu_{jil})$ – волновое число для продольной волны, в приведенном выражении индекс jil обозначает принадлежность свойств среды внутри неоднородности l-го ранга, *ja(l-1)* – вне неоднородности, *l*=1…*L* – номер иерархического уровня, $\vec{u}_l=grad\varphi_l$, φ_l^0 – потенциал нормального сейсмического поля в слоистой среде в отсутствие неоднородности предыдущего ранга, если *l*=2,…,*L* $\varphi_l^0=\varphi_{l-1}$, если *l*=1, $\varphi_l^0=\varphi^0$, ja(l-1)=ja. Система уравнений (2) представляет итерационный процесс решений сначала внутренней задачи, затем внешней задачи при соответственном ранге неоднородности. Будем считать, что физические свойства для неоднородности каждого ранга в пределах занимаемой площади однородны. Для моделирования и определения значений внутренних напряжений необходимо знать значения физических параметров, а также геометрические параметры контуров и площадей для вложенных неоднородностей. Пусть L=3.

l=1;

$$\begin{aligned}
&\frac{(k_{1ji(l=1)}^2-k_{1j(\Pi_j-S_{C(l=1)})}^2)}{2\pi}\iint\limits_{S_{C(\Pi_j-S_{C(l=1)})}}\varphi_{(l=1)}(M)G_{Sp,j}(M,M^0)d\tau_M+\frac{\rho_{ja(\Pi_j-S_{C(l=1)})}}{\rho_{ji(l=1)}}\varphi_{(\Pi_j)}^0(M^0)-\\
&-\frac{(\rho_{ja(\Pi_j-S_{C(l=1)})}-\rho_{ji(l=1)})}{\rho_{ji(l=1)}2\pi}\oint\limits_{C(\Pi_j-S_{C(l=1)})}G_{Sp,j}\frac{\partial\varphi_l}{\partial n}dc=\varphi_{(l=1)}(M^0),M^0\in S_{C(\Pi_j-S_{C(l=1)})}
\end{aligned}\qquad(3)$$

$$u_{y,l=1}(M^0\in S_{C(\Pi_j-S_{C(l=1)})})=\frac{\partial}{\partial y}(\varphi\left(M^0\in S_{C(\Pi_j-S_{C(l=1)})}\right));u_{z,l=1}(M^0\in S_{C(\Pi_j-S_{C(l=1)})})=\frac{\partial}{\partial z}(\varphi\left(M^0\in S_{C(\Pi_j-S_{C(l=1)})}\right))$$

$$u_{yz,Sc(\Pi_j-S_{C(l=1)})}=\frac{1}{2}\left(\frac{\partial u_{y,l=1}}{\partial z}+\frac{\partial u_{z,l=1}}{\partial y}\right),\sigma_{yz,Sc(\Pi_j-S_{C(l=1)})}=\frac{E_{Sc,l=1}}{1+\sigma_{Sc,l=1}}u_{yz,Sc(\Pi_j-S_{C(l=1)})}$$

$$k^2_{1ji(l=1)}=\omega^2(\rho_{ji(l=1)}/\lambda_{ji(l=1)}) \qquad (4)$$

E-модуль Юнга, σ-коэффициент Пуассона, u_{yz}-тензор деформации, σ_{yz}-тензор напряжений [9].

$$\frac{\rho_{jil}(k^2_{1ji(l=1)}-k^2_{1j(\Pi_j-Sc(l=1))})}{\rho(M^0_{j(\Pi_j-Sc(l=1))})2\pi}\iint\limits_{S_{C(\Pi_j-Sc(l=1))}}\varphi_{l=1}(M)G_{Sp,j}(M,M^0)d\tau_M+\varphi^0_{(\Pi_j)}(M^0)-$$
$$-\frac{(\rho_{ja(\Pi_j-Sc(l=1))}-\rho_{ji(l=1)})}{\rho(M^0_{j(\Pi_j-Sc(l=1))})2\pi}\oint\limits_{C(l=1)}G_{Sp,j}\frac{\partial\varphi_{(l=1)}}{\partial n}dc=\varphi_{(l=1)}(M^0_{j(\Pi_j-Sc(l=1))}),M^0_{j(\Pi_j-Sc(l=1))} \qquad (5)$$

l=2;

$$\frac{(k^2_{1ji(l=2)}-k^2_{1j(S_{C(l=1)}-S_{C(l=2)})})}{2\pi}\iint\limits_{S_{C(S_{C(l=1)}-S_{C(l=2)})}}\varphi_{(l=2)}(M)G_{Sp,j}(M,M^0)d\tau_M+\frac{\rho_{ja(S_{C(l=1)}-S_{C(l=2)})}}{\rho_{ji(l=2)}}\varphi^0(M^0)-$$
$$-\frac{(\rho_{ja(S_{C(l=1)}-S_{C(l=2)})}-\rho_{ji(l=2)})}{\rho_{ji(l=2)}2\pi}\oint\limits_{C(S_{C(l=1)}-S_{C(l=2)})}G_{Sp,j}\frac{\partial\varphi_{l=2}}{\partial n}dc=\varphi_{(l=2)}(M^0), \qquad (6)$$
$$M^0\in S_{C(S_{C(l=1)}-S_{C(l=2)})},\varphi^0(M^0)=\varphi_{(l-1)}$$

$$u_{y,l=2}(M^0\in S_{C(S_{C(l=1)}-S_{C(l=2)})})=\frac{\partial}{\partial y}(\varphi\left(M^0\in S_{C(S_{C(l=1)}-S_{C(l=2)})}\right));u_{z,l=2}(M^0\in S_{C,l=2})=\frac{\partial}{\partial z}(\varphi\left(M^0\in S_{C(S_{C(l=1)}-S_{C(l=2)})}\right))$$
$$u_{yz,Sc(S_{C(l=1)}-S_{C(l=2)})}=\frac{1}{2}\left(\frac{\partial u_{y,l=2}}{\partial z}+\frac{\partial u_{z,l=2}}{\partial y}\right),\sigma_{yz,Sc(S_{C(l=1)}-S_{C(l=2)})}=\frac{E_{Sc(S_{C(l=1)}-S_{C(l=2)})}}{1+\sigma_{Sc(S_{C(l=1)}-S_{C(l=2)})}}u_{yz,Sc(S_{C(l=1)}-S_{C(l=2)})},$$
$$k^2_{1ji(l=2)}=\omega^2(\rho_{ji(l=2)}/\lambda_{ji(l=2)}) \qquad (7)$$

$$\frac{\rho_{ji(l=2)}(k^2_{1ji(l=2)}-k^2_{1j(Sc(l=1)-Sc(l=2))})}{\rho(M^0_{j(Sc(l=1)-Sc(l=2))})2\pi}\iint\limits_{S_{C(Sc(l=1)-Sc(l=2))}}\varphi_{l=2}(M)G_{Sp,j}(M,M^0)d\tau_M+\varphi^0(M^0)-$$
$$-\frac{(\rho_{ja((Sc(l=1)-Sc(l=2))}-\rho_{ji(l=2)})}{\rho(M^0_{j(Sc(l=1)-Sc(l=2))})2\pi}\oint\limits_{C(Sc(l=1)-Sc(l=2))}G_{Sp,j}\frac{\partial\varphi_{(l=2)}}{\partial n}dc=\varphi_{(l=2)}(M^0_{j(Sc(l=1)-Sc(l=2))}),M^0_{j(Sc(l=1)-Sc(l=2))}, \qquad (8)$$
$$\varphi^0(M^0)=\varphi_{(l-1)}$$

l=3=L

$$\frac{(k^2_{1ji(l=3)}-k^2_{1j(S_{C(l=2)}-S_{C(l=3)})})}{2\pi}\iint\limits_{S_{C(Sc(l=2)-Sc(l=3))}}\varphi_{(l=3)}(M)G_{Sp,j}(M,M^0)d\tau_M+\frac{\rho_{ja(S_{C(l=2)}-S_{C(l=3)})}}{\rho_{ji(l=3)}}\varphi^0(M^0)-$$
$$-\frac{(\rho_{ja(S_{C(l=2)}-S_{C(l=3)})}-\rho_{ji(l=3)})}{\rho_{ji(l=3)}2\pi}\oint\limits_{C(Sc(l=2)-Sc(l=3))}G_{Sp,j}\frac{\partial\varphi_{l=3}}{\partial n}dc=\varphi_{(l=3)}(M^0),M^0\in S_{C(l=3)}, \qquad (9)$$
$$\varphi^0(M^0)=\varphi_{(l-2)}$$

$$u_{y,l=3}(M^0 \in S_{C(S_{C(l=2)}-S_{C(l=3)})}) = \frac{\partial}{\partial y}(\varphi\left(M^0 \in S_{C(S_{C(l=2)}-S_{C(l=3)})}\right)); u_{z,l=3}(M^0 \in S_{C(S_{C(l=2)}-S_{C(l=3)})}) =$$

$$= \frac{\partial}{\partial z}(\varphi\left(M^0 \in S_{C(S_{C(l=2)}-S_{C(l=3)})}\right))$$

$$u_{yz,Sc(S_{C(l=2)}-S_{C(l=3)})} = \frac{1}{2}\left(\frac{\partial u_{y,l=3}}{\partial z} + \frac{\partial u_{z,l=3}}{\partial y}\right), \sigma_{yz,Sc(S_{C(l=2)}-S_{C(l=3)})} = \frac{E_{Sc,l=3}}{1+\sigma_{Sc,l=3}} u_{yz,Sc(S_{C(l=2)}-S_{C(l=3)})}$$

$$k_{1ji(l=3)}^2 = \omega^2(\rho_{ji(l=3)} / \lambda_{ji(l=3)}) \qquad (10)$$

$$\frac{\rho_{jil}(k_{1ji(l=3)}^2 - k_{1j(Sc(l=2)-Sc(l=3))}^2)}{\rho(M^0_{j(Sc(l=2)-Sc(l=3))})2\pi} \iint\limits_{S_{C(Sc(l=2)-Sc(l=3))}} \varphi_{l=3}(M) G_{Sp,j}(M, M^0) d\tau_M + \varphi^0(M^0) -$$

$$- \frac{(\rho_{ja((Sc(l=2)-Sc(l=3))} - \rho_{ji(l=3\atop 2)})}{\rho(M^0_{j(Sc(l=2)-Sc(l=3))})2\pi} \oint\limits_{C(S_{C(l=2)}-S_{C(l=3)})} G_{Sp,j} \frac{\partial \varphi_{(l=3)}}{\partial n} dc = \varphi_{(l=3)}(M^0_{j(Sc(l=2)-Sc(l=3))}), \qquad (11)$$

$$M^0_{j(Sc(l=2)-Sc(l=3))}, \varphi^0(M^0) = \varphi_{(l-2)}$$

Если при переходе на следующий иерархический уровень ось двухмерности не меняется, а меняются только геометрии сечений вложенных структур, то итерационный процесс относится к моделированию вектора смещений при переходе с предыдущего иерархического уровня на последующий уровень.

Внутри каждого иерархического уровня интегро-дифференциальное уравнение и интегро-дифференциальное представление вычисляются с помощью уравнений (3,5;6,8;9,11). Если на некотором иерархическом уровне структура локальной неоднородности распадается на несколько неоднородностей, то двойной и контурные интегралы в выражениях (3,5;6,8;9,11) берутся по всем неоднородностям. В данном алгоритме рассмотрен случай, когда физические свойства неоднородностей одного и того же уровня одинаковы, различаются только границы областей и происходит смещение центров иерархических областей относительно друг друга. При этом внутренние напряжения связаны с эффектом сдвига в горном массиве.

2D Алгоритм определения внутренних напряжений в рамках акустического мониторинга слоисто блоковой упругой среды с упругими иерархическими включениями L-го ранга с использованием поперечной волны.

Аналогично (2) выписывается алгоритм для моделирования распространения упругой поперечной волны в *N*-слойной упругой среде с двумерным упругим иерархическим включением произвольной морфологии сечения с использованием интегральных соотношений, выписанных в работе [7].

$$\frac{(k^2_{2jil}-k^2_{2j})}{2\pi}\iint\limits_{S_{Cl}} u_{xl}(M)G_{Ss,j}(M,M^0)d\tau_M+\frac{\mu_{ja}}{\mu_{jil}}u^0_{x(l-1)}(M^0)+$$

$$+\frac{(\mu_{ja}-\mu_{jil})}{\mu_{jil}2\pi}\oint\limits_{Cl} u_{xl}(M)\frac{\partial G_{Ss,j}(M,M^0)}{\partial n}dc=u_{xl}(M^0), M^0\in S_{Cl}$$

$$\frac{\mu_{jil}(k^2_{2jil}-k^2_{2j})}{\mu(M^0)2\pi}\iint\limits_{S_{Cl}} u_{xl}M)G_{Ss,j}(M,M^0)d\tau_M+u^0_{x(l-1)}(M^0)+ \qquad (12)$$

$$+\frac{(\mu_{ja}-\mu_{jil})}{\mu(M^0)2\pi}\oint\limits_{Cl} u_{xl}(M)\frac{\partial G_{Ss,j}(M,M^0)}{\partial n}dc=u_{xl}(M^0), M^0\notin S_{Cl}$$

где $G_{Ss,j}(M,M^0)$ – функция источника сейсмического поля рассматриваемой задачи, она совпадает с функцией Грина, выписанной в работе [7] для соответствующей задачи, $k^2_{2jil}=\omega^2(\rho_{jil}/\mu_{jil})$ – волновое число для поперечной волны, μ – постоянная Ламэ, u_{xl} – составляющая вектора смещений, в приведенном выражении индекс jil обозначает принадлежность свойств среды внутри неоднородности l-го ранга, *ja(l-1)* – вне неоднородности, *l*=1…*L* – номер иерархического уровня, u^0_{xl} – составляющая вектора смещений сейсмического поля в слоистой среде в отсутствие неоднородности предыдущего ранга, если *l*=2…*L* $u^0_{xl}=u_{x(l-1)}$, если *l*=1, $u^0_{xl}=u^0_x$, что совпадает с соответствующим выражением для нормального поля в работе [7]. Система уравнений (12) представляет итерационный процесс решений сначала внутренней задачи, затем внешней задачи при соответственном ранге неоднородности, как и в предыдущем алгоритме. Также будем считать, что физические свойства для неоднородности каждого ранга в пределах занимаемой площади однородны. Для моделирования и определения значений внутренних напряжений необходимо знать значения физических параметров, а также геометрические параметры контуров и площадей для вложенных неоднородностей. Пусть L=3.

l=1;

$$\frac{(k^2_{2ji(l=1)}-k^2_{2j(\Pi_j-S_{C(l=1)})})}{2\pi}\iint\limits_{S_C(\Pi_j-S_{C(l=1)})} u_{x(l=1)}(M)G_{Ss,j}(M,M^0)d\tau_M+\frac{\mu_{ja(\Pi_j-S_{C(l=1)})}}{\mu_{ji(l=1)}}u^0_{x(\Pi_j)}(M^0)+$$

$$+\frac{(\mu_{ja(\Pi_j-S_{C(l=1)})}-\mu_{ji(l=1)})}{\mu_{ji(l=1)}2\pi}\oint\limits_{C(\Pi_j-S_{C(l=1)})} u_{x(l=1)}(M)\frac{\partial G_{Ss,j}(M,M^0)}{\partial n}dc=u_{x(l=1)}(M^0), \qquad (13)$$

$M^0\in S_{C(\Pi_j-S_{C(l=1)})}$

$$u_{xx,Sc,l=1}=\frac{\partial u_{x,l=1}}{\partial x},\sigma_{xx,Sc,l=1}=\frac{E_{Sc,l=1}}{(1+\sigma_{Sc,l=1})(1-2\sigma_{Sc,l=1})}(1-\sigma_{Sc,l=1})u_{xx,Sc,l=1};$$

$$k^2_{2ji(l=1)}=\omega^2(\rho_{ji(l=1)}/\mu_{ji(l=1)}) \tag{14}$$

E-модуль Юнга, σ-коэффициент Пуассона, u_{xx}-тензор деформации, σ_{xx}-тензор напряжений [9].

$$\frac{\mu_{ji(l=1)}(k^2_{2ji(l=1)}-k^2_{2j(\Pi_j-Sc(l=1))})}{\mu(M^0)2\pi}\iint\limits_{S_{C(\Pi_j-Sc(l=1))}} u_{xl}M)G_{Ss,j}(M,M^0)d\tau_M+u^0_{x(l-1)}(M^0)+$$

$$+\frac{(\mu_{ja}-\mu_{jil})}{\mu(M^0_{j(\Pi_j-Sc(l=1))})2\pi}\oint\limits_{C(\Pi_j-Sc(l=1))} u_{xl}(M)\frac{\partial G_{Ss,j}(M,M^0)}{\partial n}dc=u_{x(l=1)}(M^0_{j(\Pi_j-Sc(l=1))}), \tag{15}$$

$M^0_{j(\Pi_j-Sc(l=1))}$

l=2;

$$\frac{(k^2_{2ji(l=2)}-k^2_{2j(S_{C(l=1)}-S_{C(l=2)})})}{2\pi}\iint\limits_{S_C(S_{C(l=1)}-S_{C(l=2)})} u_{x(l=2)}(M)G_{Ss,j}(M,M^0)d\tau_M+\frac{\mu_{ja(S_{C(l=1)}-S_{C(l=2)})}}{\mu_{ji(l=2)}}u^0_x(M^0)+$$

$$+\frac{(\mu_{ja(S_{C(l=1)}-S_{C(l=2)})}-\mu_{ji(l=2)})}{\mu_{ji(l=2)}2\pi}\oint\limits_{C(S_{C(l=1)}-S_{C(l=2)})} u_{x(l=2)}(M)\frac{\partial G_{Ss,j}(M,M^0)}{\partial n}dc=u_{x(l=2)}(M^0),$$

$$M^0\in S_{C(S_{C(l=1)}-S_{C(l=2)})},u^0_x(M^0)=u_{x(l-1)} \tag{16}$$

$$u_{xx,(S_{C(l=1)}-S_{C(l=2)})}=\frac{\partial u_{x,l=2}}{\partial x},\sigma_{xx,(S_{C(l=1)}-S_{C(l=2)})}=\frac{E_{S_{C(l=1)}-S_{C(l=2)}}}{(1+\sigma_{(S_{C(l=1)}-S_{C(l=2)})})(1-2\sigma_{(S_{C(l=1)}-S_{C(l=2)})})}(1-\sigma_{S_{C(l=1)}-S_{C(l=2)}})u_{xx,(S_{C(l=1)}-S_{C(l=2)})}$$

$$k^2_{2ji(l=2)}=\omega^2(\rho_{ji(l=2)}/\mu_{ji(l=2)}) \tag{17}$$

$$\frac{\mu_{ji(l=2)}(k^2_{2ji(l=2)}-k^2_{2j((Sc(l=1)-Sc(l=2))})}{\mu(M^0)2\pi}\iint\limits_{S_{C(Sc(l=1)-Sc(l=2))}} u_{x(l=2)}(M)G_{Ss,j}(M,M^0)d\tau_M+u^0_x(M^0)+$$

$$+\frac{(\mu_{ja(Sc(l=1)-Sc(l=2))}-\mu_{ji(l=2)})}{\mu(M^0_{j((Sc(l=1)-Sc(l=2))})2\pi}\oint\limits_{C(Sc(l=1)-Sc(l=2))} u_{x(l=2)}(M)\frac{\partial G_{Ss,j}(M,M^0)}{\partial n}dc=u_{x(l=2)}(M^0_{j((Sc(l=1)-Sc(l=2))}),$$

$$M^0_{j((Sc(l=1)-Sc(l=2))};u^0_x(M^0)=u_{x(l-1)}; \tag{18}$$

l=3=L

$$\frac{\mu_{ji(l=3)}(k^2_{2ji(l=3)}-k^2_{2j((Sc(l=2)-Sc(l=3))})}{\mu(M^0)2\pi}\iint\limits_{S_{C(Sc(l=2)-Sc(l=3))}} u_{x(l=3)}(M)G_{Ss,j}(M,M^0)d\tau_M+u^0_x(M^0)+$$

$$+\frac{(\mu_{ja(Sc(l=2)-Sc(l=3))}-\mu_{ji(l=3)})}{\mu(M^0_{j((Sc(l=2)-Sc(l=3))})2\pi}\oint\limits_{C(Sc(l=2)-Sc(l=3))} u_{x(l=3)}(M)\frac{\partial G_{Ss,j}(M,M^0)}{\partial n}dc=u_{x(l=3)}(M^0_{j((Sc(l=2)-Sc(l=3))}),$$

$$M^0_{j((Sc(l=2)-Sc(l=3))};u^0_x(M^0)=u_{x(l-2)};$$

(19)

$$u_{xx,(S_{C(l=2)}-S_{C(l=3)})}=\frac{\partial u_{x,l=3}}{\partial x},\sigma_{xx,(S_{C(l=2)}-S_{C(l=3)})}=\frac{E_{S_{C(l=2)}-S_{C(l=3)}}}{(1+\sigma_{(S_{C(l=2)}-S_{C(l=3)})})(1-2\sigma_{(S_{C(l=2)}-S_{C(l=3)})})}(1-\sigma_{S_{C(l=2)}-S_{C(l=3)}})u_{xx,(S_{C(l=2)}-S_{C(l=3)})}$$

$$k^2_{2ji(l=3)}=\omega^2(\rho_{ji(l=3)}/\mu_{ji(l=3)}) \qquad (20)$$

$$\frac{\mu_{ji(l=3)}(k^2_{2ji(l=3)}-k^2_{2j((Sc(l=2)-Sc(l=3))})}{\mu(M^0)2\pi}\iint\limits_{S_{C(Sc(l=2)-Sc(l=3))}} u_{x(l=3)}(M)G_{Ss,j}(M,M^0)d\tau_M+u^0_x(M^0)+$$

$$+\frac{(\mu_{ja(Sc(l=2)-Sc(l=3))}-\mu_{ji(l=3)})}{\mu(M^0_{j((Sc(l=2)-Sc(l=3))})2\pi}\oint\limits_{C(Sc(l=2)-Sc(l=3))} u_{x(l=3)}(M)\frac{\partial G_{Ss,j}(M,M^0)}{\partial n}dc=u_{x(l=3)}(M^0_{j((Sc(l=2)-Sc(l=3))}),$$

$$M^0_{j((Sc(l=2)-Sc(l=3))};u^0_x(M^0)=u_{x(l-2)};$$

(21)

Если при переходе на следующий иерархический уровень ось двухмерности не меняется, а меняются только геометрии сечений вложенных структур, то итерационный процесс относится к моделированию вектора смещений при переходе с предыдущего иерархического уровня на последующий уровень.

Внутри каждого иерархического уровня интегральное уравнение и интегральное представление вычисляются с помощью уравнений (13,15;16,18;19,21). Если на некотором иерархическом уровне структура локальной неоднородности распадается на несколько неоднородностей, то двойной и контурные интегралы в выражениях (13,15;16,18;19,21) берутся по всем неоднородностям. В данном алгоритме рассмотрен случай, когда физические свойства неоднородностей одного и того же уровня одинаковы, различаются только границы областей и происходит смещение центров иерархических областей относительно друг друга. При этом внутренние напряжения связаны с эффектом сжатия-растяжения в горном массиве.

Заключение

Благодаря использованию модели слоисто блоковой среды с иерархическими включениями можно с помощью акустического мониторинга определить положение наибольших значений внутренних напряжений, определить тип возникших напряжений и с меньшими усилиями осуществить метод разгрузки горного массива. При необходимости проведения краткосрочного прогнозного мониторинга геодинамических областей и определить более точно положение готовящегося землетрясения в качестве скважинных активных акустических наблюдений надо их настроить на слоисто блоковую модель с иерархическими включениями, а в качестве наблюдаемого мониторингового параметра использовать значения тензора внутренних иерархических напряжений.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

[1]. Панин В. Е., Лихачев В. А., Гриняев Ю. В. Структурные уровни деформации твердых тел. Новосибирск: Наука, 1985. –254с.

[2]. Пригожин И. Введение в термодинамику необратимых процессов. Время, структура и флуктуации. Нобелевская лекция по химии 1977 г. М.:Научно-издательский центр «Регулярная и хаотическая динамика», 2001. – с.123-155.

[3]. Кунин И. А. Теория упругих сред с микроструктурой, нелокальная теория упругости.М. Главная редакция физико-математической литературы изд-ва «Наука», М., 1975. – 416с.

[4]. Шемякин, Е.И., Фисенко Г.Л., Курленя М.В., Опарин В.Н. и др. Эффект зональной дезинтеграции горных пород вокруг подземных выработок. ДАН СССР,1986,т. 289,№ 5,с. 830-832.

[5]. Панин В.Е., Егорушкин В.Е., Панин А.В. Нелинейные волновые процессы в деформируемом твердом теле как многоуровневой иерархически организованной системе. УФН, 2012,т.182,№12, с.1351-1357. DOI: 10.336//UFNr.0182/201212i.1351.

[6].Тажибаев К.Т., Ташмаматов А.С. Остаточные напряжения в горных породах и метод их определения. И.Ц “Текник” Бишкек, 2014. –126с.

[7]. Хачай, О.А.,Хачай А.Ю. О комплексировании сейсмических и электромагнитных активных методов для картирования и мониторинга состояния двумерных неоднородностей в N-слойной среде .Вестник ЮУРГУ, серия “Компьютерные технологии, управление, радиоэлектроника”. 2011, № 2(219).с. 49-56.

[8]. Хачай, О.А., Хачай А.Ю. Моделирование электромагнитного и сейсмического поля в иерархически неоднородных средах // Вестник ЮУрГУ. Серия «Вычислительная математика и информатика». 2013,т. 2, № 2,с. 48−55.

[9]. Ландау Л. Д., Лифшиц Е. М. Теоретическая физика: Учеб. пособ.: Для вузов. В 10 т. Т. VII. Теория упругости, 5-е изд., стереот.М.: ФИЗМАТ ЛИТ, 2003. –264с.

References

[1]. Panin V.E., Likhachev V.A., Grinyaev Yu.V. Strukturnyye urovni deformatsii tverdykh tel.[Structural levels of deformation of solids]. Novosibirsk: Nauka, 1985. 254p.

[2]. Prigogine I. Vvedeniye v termodinamiku neobratimykh protsessov. Vremya, struktura i fluktuatsii. Nobelevskaya lektsiya po khimii 1977 [Introduction to the thermodynamics of irreversible processes. Time, structure and fluctuations. Nobel Lecture in Chemistry 1977]. M.: Scientific Publishing Center "Regular and Chaotic Dynamics", 2001.pp. 123-155.

[3]. Kunin I.A. Teoriya uprugikh sred s mikrostrukturoy, nelokal'naya teoriya uprugosti. [Theory of elastic media with a microstructure, nonlocal theory of elasticity], M. The main editorial office of physical and mathematical literature of the publishing house "Nauka", M., 1975. 416p.

[4]. Shemyakin, E.I., Fisenko G.L., Kurlenya M.V., Oparin V.N. et al. Effekt zonal'noy dezintegratsii gornykh porod vokrug podzemnykh vyrabotok. [Effect of zonal disintegration of rocks around underground holes]. DAN USSR, 1986, vol. 289, no. 5, p. 830-832.

[5]. Panin V.E., Egorushkin V.E., Panin A.V. Nelineynyye volnovyye protsessy v deformiruyemom tverdom tele kak mnogourovnevoy iyerarkhicheski organizovannoy sisteme.[Nonlinear wave processes in a deformable solid as a multilevel hierarchically organized system.] UFN, 2012, vol. 182, no. 12, pp. 1351-1357. DOI: 10.336 // UFNr.0182 / 201212i.1351.

[6]. Tazhibaev K.T., Tashmamatov A.S. Ostatochnyye napryazheniya v gornykh porodakh i metod ikh opredeleniya.[Residual stresses in rocks and a method for their determination]. I.Ts "Technik" Bishkek, 2014.126p.

[7]. Khachai, O.A., Khachay A.Yu. O kompleksirovanii seysmicheskikh i elektromagnitnykh aktivnykh metodov dlya kartirovaniya i monitoringa sostoyaniya dvumernykh neodnorodnostey v N-sloynoy srede [On the integration of seismic and electromagnetic active methods for mapping and monitoring the state of two-dimensional inhomogeneities in an N-layer medium]. Bulletin of SURGU, series "Computer technologies, control, radio electronics". 2011, No. 2 (219). pp. 49-56.

[8]. Khachai, O.A., Khachay A.Yu. Modelirovaniye elektromagnitnogo i seysmicheskogo polya v iyerarkhicheski neodnorodnykh sredakh.[Modeling of electromagnetic and seismic fields in hierarchically inhomogeneous media].Vestnik SUSU. Series "Computational Mathematics and Informatics". 2013, vol. 2, no. 2, pp. 48−55.

[9].Landau L. D., Lifshits E. M. Teoreticheskaya Fizika [Theoretical physics: Textbook. manual: For universities. In 10 volumes. T. VII. Theory of elasticity, 5th ed.], Stereot.M .: FIZMAT LIT, 2003. 264p.

Сведения об авторах

Организации

Хачай Ольга Александровна, доктор физико-математических наук, ведущий научный сотрудник. Федеральное государственное бюджетное учреждение науки Институт геофизики Уральского отделения РАН, Амундсена,100, Екатеринбург, Россия, 620016.

Хачай Андрей Юрьевич, кандидат физико-математических наук, доцент кафедры вычислительной математики, ИЕНиМ, ФГАОУ ВО «Уральский федеральный университет имени первого Президента России Б.Н.Ельцина» (УрФУ), Мира 19, Екатеринбург, Россия, 620002.

Авторы

1Khachai Ol'ga Aleksandrovna

2Khachay Andrey Yur'evich

1.Institute of Geophysics Ural Branch of Russian Academy of Sciences, Yekaterinburg, Russia. olgakhachay@yandex.ru, Leader Scientific Researcher, Doctor Physical and mathematical sciences

2. Ural Federal University, Yekaterinburg, Russia. andrey.khachay@gmail.com Associate professor, Ph.D (Mathematics