

Применение методов искусственного интеллекта (нейронных сетей) в обратных нелинейных задачах геофизики с приложением к геоэлектрике

М.И. Шимелевич¹

¹ МГРИ, shimelevich-m@yandex.ru

АННОТАЦИЯ

Рассматриваются вопросы применения аппроксимационного нейросетевого (АНС) метода для решения условно-корректных нелинейных обратных задач геофизики, которые сводятся к операторному уравнению 1 рода. АНС метод заключается в построении приближенного обратного оператора задачи с помощью нейросетевых аппроксимационных конструкций (MLP сетей) на основе заранее построенного множества опорных решений прямых и обратных задач (Data set). Приводится обзор применения АНС метода в нашей стране и за рубежом при решении задач геофизики и, в частности, геоэлектрики.

Ключевые слова: обратная задача, аппроксимация, нейронные сети, большая размерность, геоэлектрика.

ВВЕДЕНИЕ

Одно из важнейших практических приложений нейронных сетей связано с их аппроксимационными и интерполяционными свойствами, что делает их эффективным инструментом задач вычислительной математики. Начиная с 90-ых годов прошлого столетия, нейронные сети начинают применяться при решении обратных коэффициентных задач математической физики и, в частности, задач геофизики. В этих методах неизвестный обратный оператор задачи представляется в виде аппроксимационной конструкции (нейронной сети) с неопределёнными коэффициентами, которые вычисляются в процессе обучения нейросети на предварительно построенном обучающем множестве опорных решений прямых (а значит и обратных) задач (так называемом, «банке решений»). С помощью построенного таким образом обратного нейросетевого оператора (НС аппроксиматора) может быть получено интерполяционное решение обратной задачи для произвольных входных данных, не принадлежащих обучающему множеству, сравнительно быстро (обычно за первые секунды).

Данный метод называют аппроксимационным нейросетевым (АНС) методом. Здесь уместна аналогия АНС метода инверсии на множестве опорных решений с механизмами обработки изображений головным мозгом человека: считается, что полученное за единицу времени на сетчатке неполное изображение окружающей среды, состоящее из конечного числа элементов (в рассматриваемом случае -

известных решений обратной задачи), мозг обрабатывает (нейросеть интерполирует и экстраполирует) и выдаёт некоторое «полное» изображение (ответ нейросети).

Нейронные сети широко используются при решении различного рода задач интерпретации и обработки геофизических данных. В настоящей работе мы ограничиваемся рассмотрением НС методов применительно к проблеме решения нелинейных обратных задач геофизики, в том числе многокритериальных, которые сводятся к нелинейному операторному уравнению 1 рода (соответственно к системе операторных уравнений). Дается краткое описание НС методов поиска приближенных решений операторных уравнений с оценкой практической неоднозначности (погрешности) получаемых решений; приводится обзор применения НС методов в литературе.

НЕЛИНЕЙНЫЕ ОБРАТНЫЕ ЗАДАЧИ ГЕОФИЗИКИ

Многие обратные задачи геофизики сводятся к решению *нелинейного* операторного уравнения 1 рода вида [Тихонов, Арсенин, 1979; Лаврентьев и др., 1980]:

$$Ag = f, \quad g \in G_1 \subset G, \quad f \in F, \quad (1)$$

где $G[\Omega]$ – нормированное пространство искомым характеристик среды g , определенных в исследуемой области Ω , $F[\Omega_1]$ - нормированное пространство данных (характеристик f геофизического поля), определенных на границе Ω_1 области Ω ; A

– заданный непрерывный оператор прямой задачи, действующий из G в F ; $G_1[\Omega]$ – множество допустимых решений обратной задачи, определяемое с учётом естественных априорных ограничений. При условии непрерывной взаимно-однозначности оператора A (т.е., когда доказана единственность обратной задачи (1) при точных данных) и компактности множества G_1 задача решения уравнения (1) относится к классу условно-корректных обратных задач, которые являются реальной математической моделью для большинства задач геофизики. К нелинейному уравнению вида (1) сводятся следующие основные обратные задачи геофизики:

- структурные обратные задачи потенциальных полей гравиметрии и магнитометрии, в которых требуется определить геометрию поверхности рудных тел или границ пластов при известных фиксированных значениях плотности и намагниченности [Страхов, 1976] на основе характеристик соответствующего поля, заданных в области Ω_1 ;
- коэффициентные обратные задачи электромагнитных полей, используемых в электроразведке, где искомой величиной является уд. электропроводность среды (в более общих случаях – магнитная и диэлектрическая проницаемости) [Дмитриев, 2012; Жданов 2007] при заданных в области Ω_1 характеристиках электромагнитного поля;
- коэффициентные обратные задачи сейсмических упругих полей и их различных приближений, используемых в сейсморазведке [Гурвич, Боганик 1980], в которых искомыми являются скоростные характеристики сред при заданных в области Ω_1 характеристиках сейсмического поля.

Операторами прямых задач являются дифференциальные операторы решения соответствующих краевых (начально-краевых) задач, или эквивалентные им интегральные операторы, рассмотренные в указанных выше работах.

В конечно-параметрических классах сред обратная задача (1) сводится к решению операторного уравнения на компактном множестве $S_N \subset R^N$:

$$A_1 s = e, \quad s \in S_N \subset R^N, \quad e \in F, \quad (2)$$

где $A_1 : R^N \rightarrow F$ – непрерывный оператор прямой задачи в заданном конечно-параметрическом классе сред; S_N – ограниченное замкнутое множество конечномерного пространства, например, замкнутый куб: $[s_{\min} \leq s^n \leq s_{\min} + D_s], \quad n = 1, \dots, N$; $e \equiv e(\tilde{e}^1, \dots, \tilde{e}^M)$ – элемент пространства данных F , построенный с помощью аппроксимационно-интерполяционных процедур, применённых к конечному набору входных (измеренных) данных $\tilde{e}^1, \dots, \tilde{e}^M$, $M \geq N$, определённых на некоторой сетке в области Ω_1 . Погрешность построенного таким способом элемента данных рассматривается, как составная часть суммарной погрешности правой части.

АППРОКСИМАЦИОННЫЙ МЕТОД РЕШЕНИЯ НЕЛИНЕЙНЫХ ОПЕРАТОРНЫХ УРАВНЕНИЙ

Каким бы численным методом не решалась обратная задача (2), её приближенное решение $\tilde{s} = (\tilde{s}^1, \dots, \tilde{s}^N)$ является некоторой векторной функцией M переменных от измеренных данных $\tilde{e}^1, \dots, \tilde{e}^M$:

$$\tilde{s}^n = \psi^n(\tilde{e}^1, \dots, \tilde{e}^M), \quad n = 1, \dots, N.$$

Векторная функция $\Psi = (\psi^1, \dots, \psi^N)$ от N переменных представляет собой последовательность вычислительных процедур решения задачи инверсии (каким-либо из существующих методов) и любому заданному набору входных данных $\tilde{e} = (\tilde{e}^1, \dots, \tilde{e}^M)$ ставит в соответствие искомый приближенный вектор $\tilde{s} = (\tilde{s}^1, \dots, \tilde{s}^N)$ параметров, выполняя, таким образом, роль приближенного обратного оператора для уравнения (2).

При аппроксимационно-интерполяционном подходе решение уравнения (2) ищется с помощью некоторой, заданной в аналитическом виде, векторной функции $\Psi_a = (\psi_a^1, \dots, \psi_a^N)$ (называемой аппроксиматором) от N переменных, координатными функциями ψ_a^i которой являются интерполяционные многочлены, зависящие от свободных коэффициентов. Для определения коэффициентов строится опорное множество решений прямых (а значит и обратных) задач для уравнения (2). Функция Ψ_a должна играть роль приближенного обратного оператора для уравнения (2), поэтому коэффициенты подбираются так, чтобы значения функции наилучшим образом совпадали с известными

значениями опорного множества.

В аппроксимационном нейросетевом (АНС) методе в качестве координатных функций ψ_a^i аппроксиматора Ψ_a используются аппроксимационные конструкции, называемые *нейронными сетями* типа *многослойного персептрона* (MLP сети) [Хайкин, 2006; Галушкин, 1974]. Использование многослойного персептрона в задачах общей теории аппроксимации функций в своей основе опирается на известные теоремы Колмогорова, Вейерштрасса-Стоуна, Цыбенко. Эффективность применения MLP сетей на практике при решении нелинейных операторных уравнений обусловлена тем, что они являются мощным инструментом аппроксимации (а также интерполяции и экстраполяции) сложных нелинейных многомерных зависимостей [Хайкин, 2006], которыми определяются обратные операторы для задач типа (2). Алгоритмы обучения MLP сетей подробно рассмотрены в работе [Хайкин, 2006]. Целевой функционал задачи обучения задан в аналитическом виде и легко дифференцируется, поэтому для решения задачи минимизации функционала применяется, наиболее распространённый на практике метод стохастического градиента [Хайкин, 2006; Галушкин, 1974], который является модификацией классического градиентного метода. Производные функционала рассчитываются на основе алгоритма обратного распространения ошибки (BPE - *Back Propagation Error*) [Хайкин, 2006; Галушкин, 1974]. Целевой функционал обучения в общем случае является многоэкстремальным. Строгое обоснование методов решения многоэкстремальных задач в большинстве случаев затруднительно, поэтому стандартные методы оптимизации для решения задачи обучения комбинируют с неформальными, эвристическими подходами [Хайкин, 2006]. Алгоритм обучения НС аппроксиматора с использованием MLP сетей применительно к обратным задачам геофизики рассмотрен в работе [Шимелевич и др. 2018]. Резюмируя вышеизложенное, отмечаем, что аппроксимационный нейросетевой метод обращения нелинейных операторных уравнений вида (2) в заданном классе решений включает в себя следующие основные этапы:

- построение множества опорных решений прямых и обратных задач (обучающего множества) с помощью прямого оператора задачи;
- построение приближённого обратного оператора задачи (НС аппроксиматора инверсии) с помощью нейросетевых аппроксимационно-интерполяционных

конструкций на основе имеющегося множества опорных решений (обучение НС аппроксиматора);

- тестирование НС аппроксиматора инверсии на независимом множестве известных решений обратной задачи и определение собственной ошибки аппроксиматора;
- инверсия предложенных входных данных с помощью НС аппроксиматора и при необходимости проведение уточняющих итераций;
- расчёт оценок степени неоднозначности (погрешности) получаемых приближенных решений, не зависящих от применяемого метода инверсии.

Применение нейросетевых методов при решении обратных задач геофизики

Общая концепция возможности применения НС технологий в задачах обработки и интерпретации геофизических данных изложена в пионерской работе А. Райча [Raiche, 1991]. В работе рассмотрены основные виды нейросетевой архитектуры: персептрон (Роземблатта), самоорганизующиеся сети (Кохонена), сети ассоциативной памяти (Хопфилда) и др. Рассматривается теория основных алгоритмов обучения данных видов сетей.

В последующие годы появилось много примеров применения НС технологий для решения различных задач обработки геофизической информации: распознавания образов, классификации, построения различного рода зависимостей и др. Мы остановимся более подробно на работах, в которых применяются нейронные сети для решения нелинейных обратных задач геофизики в *классической постановке*, сводящихся к решению операторного уравнения вида (2) с известным обратимым оператором прямой задачи. Это в основном аппроксимационные MLP сети и некоторые сверточные сети. Наиболее широко такие работы представлены в задачах геоэлектрики, гравиметрии, магнитометрии и сейсморазведки.

Геоэлектрика. Обратные задачи геоэлектрики относятся к типу коэффициентных обратных задач для системы уравнений Максвелла. Примеры решения обратной коэффициентной 1D задачи геоэлектрики с использованием нейросетей представлены в работах [Hidalgo et al., 1994; Poulton et al., 1992]. В этих работах нейронные MLP сети используются для решения малопараметрических обратных задач геоэлектрики в рамках слоистой модели. Первые результаты применения нейронных

сетей для решения обратных задач геоэлектрики в горизонтально-неоднородных средах были представлены в работах [Спичак, Попова 1998; Shimelevich, Osborne, 1998]. В этих работах было показано, что с помощью нейронных сетей могут быть получены приближенные решения обратных задач геоэлектрики в горизонтально-неоднородных средах с числом искоемых параметров порядка $N \sim 10 \div 15$.

Адаптация общих методов построения НС аппроксиматоров инверсии к особенностям решаемой задачи и разработка усовершенствованных модификаций АНС метода с использованием алгоритмов Монте-Карло позволили авторам настоящей работы обобщить АНС метод на случай 2D, 3D сред, геоэлектрические свойства которых определяются числом параметров $N \sim 10^2 \div 10^3$ [Шимелевич и др., 2017]. При этом вычисляются априорные и апостериорные оценки степени практической неоднозначности решений обратных задач, не зависящие от численного метода инверсии [Шимелевич и др., 2017, Шимелевич и др., 2018]. В работах [Шимелевич и др., 2013] представлен аппроксимационно-итерационный нейросетевой метод решения обратной задачи, который позволяет проводить дополнительные итерации решения обратной задачи с помощью АНС метода после найденного первого приближения. Для уменьшения размерности задачи обучения сети производится предварительное сжатие данных и определение оптимальных размерностей входного и выходного векторов нейросети с учётом специфики решаемой задачи. Принципиальная возможность использования сжатых данных для решения обратной задачи геоэлектрики, как задача частичной инверсии на основе неполных данных с помощью локальных НС аппроксиматоров инверсии, была рассмотрена в работе [Шимелевич, Оборнев, 2009] и численно реализована в работе [Шимелевич и др., 2018]. Полученные в этих работах результаты позволили существенно понизить размерность задачи обучения (на 2 порядка и более) и одновременно уменьшить собственную ошибку получаемых НС-аппроксиматоров инверсии, что в целом повышает эффективность АНС метода.

В работе [Liu B. et al., 2020] для решения коэффициентной обратной 2D задачи геоэлектрики используются свёрточные нейронные сети с распространённой архитектурой U-Net и построенная на их основе программа инверсии ERSInvNet. Обучающая выборка состоит из 36 тысяч пар. Модели представляют собой различные аномальные

тела, находящиеся в полупространстве (500 Ом м): одиночное прямоугольное тело; два прямоугольных тела; три прямоугольных тела; одиночные наклоняющиеся тела; два падающих тела. Аномальные тела могут иметь два варианта сопротивления: низкое [10, 20, 50 Ом м], или высокое [1000, 1500, 2000 Ом м]. Сравнительные эксперименты показывают, что включение многоуровневой карты функций помогает получить более точные результаты инверсии и подавить ложные аномалии. Более того, по сравнению с традиционными методами, ERSInvNet может достичь очень высокой скорости вывода во время тестирования и более точных результатов инверсии.

Глубокие нейронные сети, основанные на свёрточной архитектуре, применяются для оценки положения и поперечных размеров, а также их удельного сопротивления объектов, расположенных в фиксированной 18-ти слойной среде модели хранилища CO₂ в Хонтомине [Puzyrev, 2019]. Качество инверсии существенно не ухудшается при добавлении к данным случайного шума. Сеть, обученная на данных из одной съемки, также может успешно обрабатывать данные из аналогичной, даже при изменении положения приемников и плотности.

При использовании технологий глубоких нейронных сетей в упомянутых работах обратная задача решается в предположении, что решение принадлежит одному из нескольких гипотетических классов сред. В процессе инверсии на основе имеющихся наблюдённых данных определяется класс сред (т.е. решается задача классификации) и уточняются параметры модели из найденного класса. На данной стадии развития технологии глубоких сетей пока удаётся решать *достаточно простые задачи геофизики*, однако, по мнению упомянутых авторов, следует ожидать значительного прогресса в применении этих методов.

Гравиметрия, магнитометрия. Основным классом обратных нелинейных задач гравиметрии и магнитометрии связан со структурными задачами, которые заключаются в определении границ звёздного тела с известной избыточной плотностью на основе измеренных характеристик соответствующих потенциальных полей.

В статье [Osman et al., 2009] используется АНС метод решения задачи определения геометрических параметров подземной структуры. В ядре алгоритма решается нелинейная структурная задача гравиметрии определения формы 2D звёздного тела при различных задаваемых значениях избыточной

плотности. Метод использовался при построении карты гравитационных аномалий в Мексиканском заливе, которая имеет форму антиклинальной структуры. В работе [Adebi et al., 2010] с помощью АНС метода решается обратная структурная 3D задача гравиметрии для простых тел: сфера, бесконечно протяжённый горизонтальный цилиндр и полубесконечный вертикальный цилиндр. Искомыми являются два геометрических параметра: радиус тела и глубина залегания центра с известными значениями избыточной плотности. В качестве обучающей выборки используются модельные данные решения прямой задачи гравиметрии. Строится НС аппроксиматор инверсии с параметрами MLP сети: 20 нейронов, три входных и два выходных параметра. Метод апробирован на нефтяном битуме Dehloran, Иран.

В статье [Chen et al., 2018] решается обратная структурная 3D задача гравиметрии определения геометрии границ трёхслойной среды с известными значениями избыточной плотности слоёв. Представлен НС метод, в котором универсальный аппроксиматор инверсии в заданном классе сред не конструируется. Для решения обратной задачи строится «псевдонейросеть», которая заново обучается на каждом шаге итерации с учётом приближения, полученного на предыдущем шаге. Для каждой новой модели из рассматриваемого класса сред строится своя последовательность нейросетей. Используется трёхслойная MLP сеть, у которой число нейронов во входном слое равно числу нейронов в выходном слое и равно числу измерений гравитационного поля. Число определяемых параметров: 50 в случае одной границы, 20 в случае двух, или трёх границ. Нейросетевая 3D инверсия выполнена на данных наблюдений гравитационной аномалии Окинавской впадины.

Сейсморазведка. Определение скоростных характеристик среды в общем случае является коэффициентной обратной задачей для уравнения упругих полей. На практике используются различные приближения этой задачи: акустическое, геометрической сейсмологии и некоторые другие [Жданов, 2007]. С помощью нейронных сетей в сейсмике в основном решаются задачи классификации, распознавания образов, построения нелинейных зависимостей и обработки данных, нелинейные классические обратные задачи решаются редко. В ранних работах [Roth, Tarantola, 1994] АНС метод применялся для решения обратной коэффициентной 1D задачи для волнового уравнения, которая заключается

в определении скоростных характеристик слоистой среды (8 слоёв). Для обучения использовалось 450 модельных примеров. Удовлетворительный результат инверсии получается в 80% случаев. В работе [Alfarraj, AlRegib, 2019] АНС метод применяется для решения обратной 1D задачи сейсмологии в акустическом приближении. Искомой величиной является упругий импеданс, который зависит от скоростей волн, плотности среды, являясь обобщением акустического импеданса для ненулевых углов падения, эффективно используется в задачах интерпретации сейсмических данных. Прямая задача решается на основе приближенных формул для упругого импеданса. Сейсмические трассы и трассы упругого импеданса моделируются как временные ряды. Инверсия сейсмических данных проводится на основе нейронной сети, содержащей свёрточный и рекуррентный слои. В работе [Kailai Xu, Eric Darve, 2019] приводится пример решения АНС методом обратной коэффициентной 1D задачи определения скоростей среды для волнового уравнения.

Выводы

Приведённые в работе результаты позволяют сделать вывод о том, что за последние годы наблюдается заметный прогресс в области применения нейросетевых технологий при решении классических, в том числе многокритериальных, обратных задач геофизики. Накопленный опыт позволяет:

- строить универсальные НС аппроксиматоры инверсии на основе MLP сетей, способные устойчиво решать нелинейные обратные задачи в конечно-параметрических классах сред с числом искомым параметров 2D, 3D сред порядка 10^3 за первые секунды - фактически в режиме реального времени, с приемлемой для практики точностью;
- вычислять оценки практической неоднозначности (погрешности) решений, получаемых с помощью нейросетевых технологий, присущие самому НС методу инверсии, а также универсальные оценки, не зависящие от применяемого метода;
- При использовании технологий глубоких нейронных сетей на данной стадии развития пока удаётся решать достаточно простые задачи геофизики, однако, по мнению упомянутых авторов, следует ожидать значительного прогресса в применении этих методов.

Благодарности

Работа выполнена с использованием вычислительных ресурсов Межведомственного

суперкомпьютерного центра Российской академии наук (МЦЦ РАН) и с использованием оборудования Центра коллективного пользования сверхвысокопроизводительными вычислительными ресурсами МГУ имени М.В. Ломоносова.

ЛИТЕРАТУРА

- Abedi M., Afshar A., Ardcastaiii V.E., Norouzi G.H., Lucas C.* Application of various methods for 2D inverse modeling of residual gravity anomalies // *Acta Geophys*, 2010. 58,2. P. 317–336.
- Alfarraj M., AlRegib G.* Semisupervised sequence modeling for elastic impedance inversion // *Interpretation*, 2019. Vol. 7, I. 3. P. SE237-SE249.
- B. Liu et al.*, "Deep Learning Inversion of Electrical Resistivity Data," in *IEEE Transactions on Geoscience and Remote Sensing*, vol. 58, no. 8, pp. 5715-5728, Aug. 2020
- Chen X., Du Y., Liu Z. et al.* Inversion of Density Interfaces Using the Pseudo-Backpropagation Neural Network Method. *Pure Appl. Geophys.* 175, 4427–4447 (2018) *Roth G., Tarantola A.* Neural networks and inversion of seismic data // *Journal of Geophysical Research*, 1994. 99. P. 6753–6768.
- Hidalgo H., Gómez-Treviño E., Swiniarski R.* Neural network approximation of a inverse functional // *Proc. IEEE International Conference on Neural Networks*, 1994. Vol. 5. P. 3387–3392.
- Kailai Xu, Eric Darve.* The neural network approach to inverse problems in differential equations // 2019. arXiv:1901.07758 [math.NA]. 2019.
- Osman O., Alhora A.M., Ucan O.N.* Forward modeling with forced neural networks for gravity anomaly profile // *Math Geol*, 2007. Vol. 39. P. 593-605.
- Poulton M., Sternberg B., Glass C.* Neural network pattern recognition of subsurface EM images // *J. of Applied Geophysics*, 1992. Vol. 29, № 1. P. 21–36.
- Puzryev V.* Deep learning electromagnetic inversion with convolutional neural networks. *Geophys. J. Int.* (2019) 218, 817–832
- Raiche A.* A pattern recognition approach to geophysical inversion using neural nets // *Geophysics J. Int.*, 1991. Vol. 105. P. 629–648.
- Shimelevitch M., Osborne E.* The method of neuron network in inverse problems MTZ // *Abstracts of the 14-th workshop on Electromagnetic Induction in the Earth*, Sinaia. Romania, 1998, pp. 159.
- Shuca Li, Bin Liu, Yuxiao Ren, Yangkang Chen, Senlin Yang, Yunhai Wang, Peng Jiang* Deep learning Inversion of Seismic Data // *IEEE TRANSACTIONS ON IMAGE PROCESSING*. JANUARY 2019. P. 1-15.
- Zhenlin Hu, Shuang Liu, Xiangyun Hu, Lihua Fu, Jie Qu, Huaijiang Wang, Qihua Chen,* Inversion of magnetic data using deep neural networks, *Physics of the Earth and Planetary Interiors*, Volume 311, 2021, 106653,
- Галушкин А.И.* Синтез многослойных систем распознавания образов. М.: Энергия, 1974. 368 с.
- Гурвич И.И., Боганик Г.Н.* Сейсмическая разведка. М.: Недра, 1980. 551 с.
- Дмитриев В.И.* Обратные задачи геофизики. Монография. М.: МАКС Пресс. 2012. 340 с.
- Жданов М.С.* Теория обратных задач и регуляризации в геофизики. Научный мир, Москва, 2007. 712 с.
- Лаврентьев М.М., Романов В.Г., Шишатский С.П.* Некорректные задачи математической физики и анализа. М.: Наука, 1980. 286 с.
- Спичак В.В., Попова И.В.* Применение нейросетевого подхода для реконструкции параметров трехмерной геоэлектрической структуры // *Изв. РАН, Сер. Физика Земли*, 1998. №1. С. 39-45.
- Страхов В.Н.* Об интегральных и функциональных уравнениях некоторых обратных задач теории логарифмического потенциала и их значения для интерпретации гравитационных и магнитных аномалий // *Изв. АН СССР. Сер. Физика Земли*, 1976. № 3. С. 54–66.
- Тихонов А.Н., Арсенин В.Я.* Методы решения некорректных задач. М.: Наука, 1979. 288 с.
- Хайкин С.* Нейронные сети. Полный курс. Изд.: Вильямс, 2006. 1104 с.
- Шимелевич М.И., Оборнев Е.А.* Аппроксимационный метод решения обратной задачи МТЗ с использованием нейронных сетей // *Физика Земли*, 2009. № 12. С. 22–38.
- Шимелевич М.И., Оборнев Е.А., Оборнев И.Е., Родионов Е.А.* Алгоритм решения обратной задачи геоэлектрики на основе нейросетевой аппроксимации // *Сиб. журн. вычисл. матем.*, 2018. 21:4. С. 451–468; *Num. Anal. Appl.*, 2018. 11:4. P. 359–371.
- Шимелевич М.И., Оборнев Е.А., Оборнев И.Е., Родионов Е.А.* Аппроксимационный нейросетевой метод решения многомерных нелинейных обратных задач геофизики // *Физика земли*, 2017. № 4. С. 100–109.
- Шимелевич М.И., Оборнев Е.А., Оборнев И.Е., Родионов Е.А.* Модифицированный нейросетевой метод решения обратной задачи МТЗ // *Изв. вузов, Геология и разведка*, 2013. №3. С. 46-52