

Математическое моделирование двумерных сред, представленных проводящими пластинами, полуплоскостями и вставками

В. Ю. Хальбауэр-Задорожная¹, Е. Стеттлер²

¹Консультант, Претория, ЮАР, valeriya.hallbauer@gmail.com

²Университет Витватерсранда, Претория, ЮАР, stettlere@gmail.com

АННОТАЦИЯ

Задачей работы являлось создание алгоритма расчетов становления поля в двумерных неоднородных моделях, состоящих из набора проводящих пластин, полупластин и вставок. Для расчетов использовался метод зеркальных отображений. Применялся метод последовательных приближений. При расчетах функцию продольной проводимости слоя аппроксимировалась набором проводящих вставок и/или полуплоскостей. Число вставок не ограничено, в некоторых моделях их количество достигало семидесяти. Известные граничные условия вводились для каждого контакта проводящих вставок. Все расчетные функции являются аналитическими поэтому точность вычислений высока на всех временах становления поля. Рассмотрен широкий класс моделей. Показано, что для всех моделей на ранних временах результаты расчетов мало отличаются от моделей однородных сред, расположенных над точкой наблюдения. Однако, с увеличением времени становления поля возникают искажения, которые необходимо учитывать при интерпретации данных. На границе проводник - изолятор возникает существенное увеличение электропроводности. При наличии в разрезе вставки высокого сопротивления, напротив, на границах с проводящими породами можно наблюдать аномалии повышенной электропроводности. Однако, на ранних временах изолятор может вообще не проявиться. Показано, что при выявлении в разрезе узкого проводящего объекта важным является положение генераторной рамки. В том случае, когда сторона генераторной рамки располагается над проводящим объектом, аномалия, им обусловленная четко выделяется на кривых становления поля. В противном случае даже хорошо проводящее тело может быть пропущено при профильных работах. В разрезах со слабо изменяющимися электрическими свойствами искажения минимальны. В контрастных разрезах искажения максимальны, и, по крайней мере, двумерное моделирование должно быть использовано при интерпретации данных. Расчетное время модели, состоящей из четырех проводящих слоев, один из которых включает до 100 вставок, составляет около 4 сек.

Ключевые слова: двумерное моделирование, становление поля, кажущееся сопротивление

ВВЕДЕНИЕ

Реальные среды чаще всего не являются горизонтально однородными. К настоящему времени решение двумерных задач выполнено практически для всех моделей среды и для всех типов источников. Однако, взявшись за решение задач в двумерных средах мы исходили из следующего:

- Существуют огромные территории, на которых локальные проводники заключены в толщи очень высокоомных пород (Канадский, Балтийский, Алданский и Анабарский и др. щиты, Кейпваальский (Capevaal) кратон и др. Во многих случаях, особенно в южных широтах на породах основания часто отсутствует слой почвы. Однако, внутри высокоомных пород присутствуют многочисленные дайки, интрузии руд или грунтовых вод. Расчет становления поля для таких разрезов может быть существенно упрощен если использовать

модели проводящих пластин и/или вставок.

- Во многих существующих коммерческих программах для двумерного моделирования решается лишь прямая задача для горизонтально-слоистых сред, а затем производится интерполяция данных между точками;

- Моделирование полей неоднородных сред требует большого объема времени для задания рассчитываемой модели:

- Точность расчетов моделей, содержащих S-пластины и вставки неограниченна, так как решения представляют собой аналитические функции.

Расчет становления поля в наборе проводящих пластин выполнен В.Задорожной в 1984 году. Эти модели успешно использовались автором в течение многих лет при интерпретации зондирований, выполненных в высокоомных, зачастую поляризующихся средах. Затем мы расширили класс моделей, которые могут

включать в себя многочисленные проводящие вставки. Для расчетов использовались методы зеркальных отображений (Смайт, 1954) и метод последовательных приближений (Задорожная, 1984). Расчеты включают члены четвертого порядка. На контакте полупластин или вставок использовались известные граничные условия. Во всех моделях проводимость верхней пластины S_1 , отождествляемой со слоем почвы принималась однородной.

Расчет и анализ двумерных моделей идет по мере их усложнения:

- Простые модели включают полуплоскость и полуплоскость, перекрытая пластиной;
- Модели, в которых нижняя пластина неоднородна и состоит из ограниченного количества вставок;
- Неоднородная пластина, заключенная в горизонтально-слоистый разрез;
- Слабо контрастная модель, в которой изменение проводимости одной из пластин происходит постепенно;
- Контрастная модель, где проводимость изменяется произвольным образом.

Методы расчетов. Становление поля в двух проводящих полуплоскостях. Граничные условия и расчет мнимых источников тока.

Эта простейшая модель (модель 1) (Рисунок 1) является базовой. На ее примере покажем последовательность расчета фиктивных источников, которые необходимо определить для выполнения граничных условий.

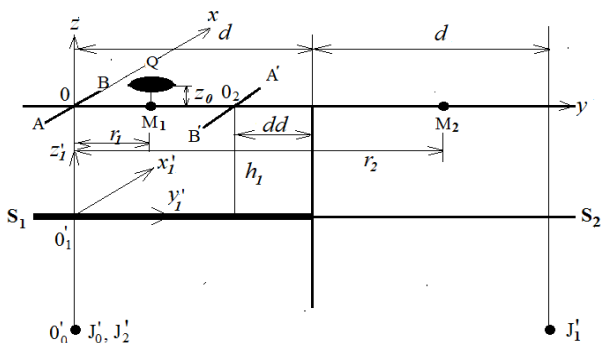


Рисунок 1. Модель двух контактирующих полуплоскостей и используемые системы координат.

Полуплоскость S_1 располагается с левой стороны от контакта, а полуплоскость S_2 - с ее правой стороны. Координата x направлена параллельно контакту. Электрическая линия AB направлена по оси x и как бы висит над полуплоскостью S_1 на высоте $z = z_0 + h_1$, где h_1 – глубина залегания полуплоскостей, z_0 – превышение приемной рамки с эффективной площадью Q над координатной плоскостью xy . Ось z направлена вниз, d это расстояние от

контакта, на котором располагается центр AB . При всех расчетах использовалась установка петля в петле при $AB=25$ м. Суть метода зеркальных отображений заключается в следующем. Для определения потенциала A_{x1} в первой (правой) среде, например, в точке M_1 отобразим всю левую часть пространства вправо. Получим целое пространство с плоскостью S_1 , но содержащее два источника: реальный J_0 и мнимый J_1 , который нам пока неизвестен. Для определения потенциала во второй среде (S_2) отобразим всю правую часть пространства влево. Получим целое пространство с S_2 , и содержащее один фиктивный источник J_2 , совпадающий с расположением линии AB . Запишем граничные условия:

$$A_{x1} = A_{x2} \tag{1}$$

$$S_1 B_{z1} = S_2 B_{z2} \tag{2}$$

Поскольку

$$A_x = J_0 \mu / 4\pi f_1^{1/2} \text{ и } B_z = dA_x / dr \text{ dr} / dy, \tag{3}$$

где $f = 1/[r^2 + |z_0| + h_1 + (2t/\mu S_1)^2]$, решаем систему уравнений (1) и (2) и записываем выражения для фиктивных токов:

$$J_1 = J_0 (k_1 - k_2) / (k_1 + k_2) = J_0 K_{refl}, \tag{4}$$

$$J_2 = 2k_0 k_1 / (k_1 + k_2) = J_0 k_0 K_{refl}, \tag{5}$$

где $k_1 = f_{1rd}^{3/2} f_{2rd}^{1/2} S_1$, $k_2 = f_{1rd}^{1/2} f_{2rd}^{3/2} S_2$, $k_0 = f_{1rd}^{1/2} / f_{2rd}^{1/2}$

$$f_{1rd} = 1/[(2d - r_1)^2 + |z_0| + h_1 + (2t/\mu S_1)^2],$$

$$f_{2rd} = 1/[r_2^2 + |z_0| + h_1 + (2t/\mu S_2)^2],$$

$$K_{refl} = (k_1 - k_2) / (k_1 + k_2), \quad K_{refl} = 2k_1 / (k_1 + k_2).$$

Отметим, что по аналогии с ВЭЗ K_{refl} и K_{refl} коэффициенты отражения и преломления, соответственно. На рисунке 2 показаны значения фиктивных токов для модели 1. В зависимости от соотношения проводимостей полупластин величина J_1 изменяется от -1 до 1. В случае, когда $S_1 = S_2$ $J_1 = 0$, то есть мнимый источник будет отсутствовать.

Поскольку эдс $e(t) = -Qd B_z / dt$, то с учетом (3) запишем выражение для него в точках M_1 и M_2 :

$$e_1(t) = (K_e / S_1) [(J_0 / r_1^3) f_1^{5/2} - (J_1 / (2d - r_1)^3) f_{1rd}^{5/2}] -$$

$$-K_b [(dJ_1 / dt) / (2d - r_1)^3] f_{1rd}^{3/2}, \tag{6}$$

$$e_2(t) = (K_e / S_2) [(J_2 / r_2^3) f_{2rd}^{5/2}] - K_b [(dJ_2 / dt) / r_2^3] f_{2rd}^{3/2},$$

где $K_e=3 ABQ/\pi$; $K_b=AB\mu/2\pi$, r_1 это расстояние от АВ до точки измерения M_1 .

Описанная простая схема позволяет нам рассчитывать амплитуды тока в фиктивных источниках для каждого n-го контакта соседних вставок. В формулах меняется только проводимости вставок S_n и S_{n+1} и расстояния от линии АВ до каждого контакта. В случае, когда проводящая пластина расположена под первой, для расчета в граничных условиях используются члены второго приближения A_{x12} и A_{x22} , и, соответственно, члены второго приближения для магнитной индукции B_{z12} и B_{z22} . Отметим также, когда электрической линией является А'В', то в формуле (5) меняется знак, вместо $(2d-r_1)$ ставится $(2d+r_1)$. На рисунке 2 показан пример расчета фиктивных токов в рассматриваемой модели.

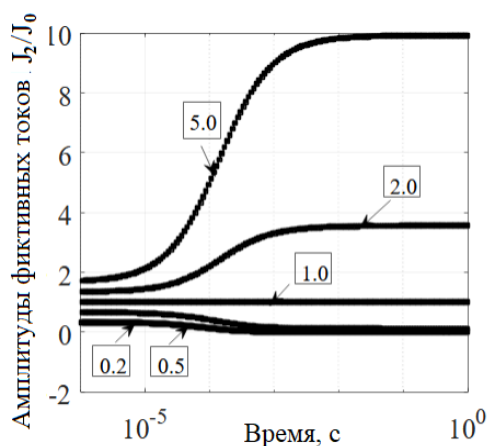
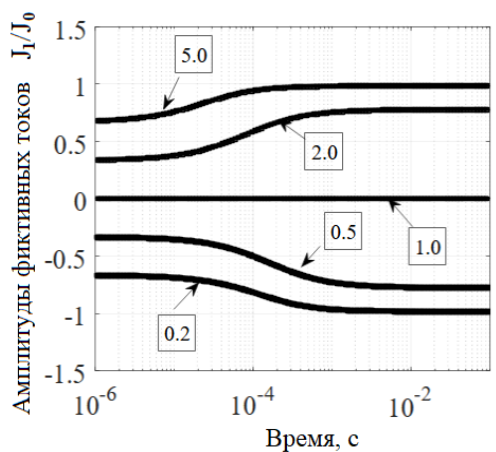


Рисунок 2. Амплитуда фиктивных токов, для модели контактирующих полупластин. $d/h_1=1.5$, Индекс кривых S_1/S_2 .

Анализ расчетов становления поля в сложных моделях

Модели 2 и 3 более сложные, они состоят из двух пластин. Изменение электропроводности нижних (вторых) пластин в этих моделях

показаны на рисунках 3 и 4. В первом случае мы имеем проводящую вставку ($S_{22}=1.5 S$). По характеру изменения продольной проводимости нижней пластины модель названа „Горст“. Во втором случае участок чрезвычайно малой продольной проводимости ($S_{22}=0.001 S$) заключен между полуплоскостями с $S_{21}=0.1$ и $S_{23}=0.5 S$ „Грабен“. Ширина обеих вставок 100 м.

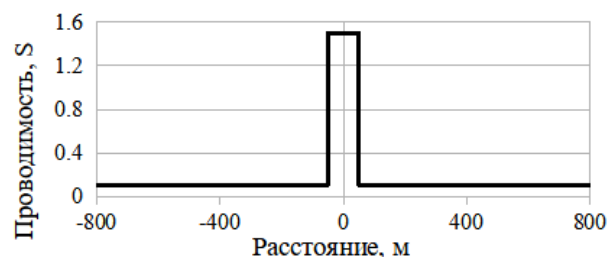


Рисунок 3. График продольной проводимости второй пластины, модель „Горст“.

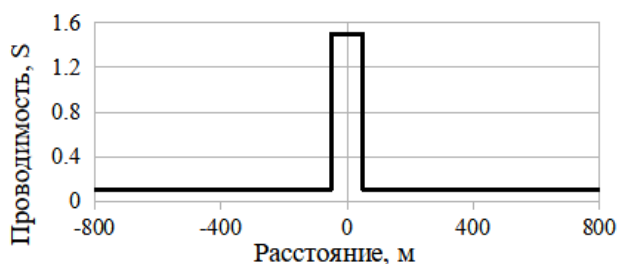


Рисунок 4. График продольной проводимости второй пластины, модель „Грабен“.

На рисунке 5, помещенном в конце данной статьи показано распределение кажущегося сопротивления ρ_r с глубиной вдоль профиля, длина которого в несколько раз превышает размер вставки. Отметим, что созданная программа расчетов ЭМ поля в моделях обеспечивает также расчет кажущейся продольной проводимости, известный в России как способ $St(H)$, (В.А. Сидоров, В.В.Тикшаев, 1969). Для визуализации результатов глубина зондирования принималось той, которая соответствовала бы глубине $St(H)$ для тех же времен становления поля. Как и в любой трансформации эффективная глубина проникновения поля рассчитывается по различным формулам и также является кажущейся. Наша задача — не искать изменение истинных параметров разреза с глубиной, а оценить искажения, вносимые горизонтальными неоднородностями разреза.

Расчеты показывают, что эффект от хорошо проводящей вставки проявляется в первую очередь на контактах пластин, что при

формальной интерпретации может быть истолковано, как присутствию в разрезе двух узких проводящих тел. С увеличением времени становления поля напротив, на этих участках наблюдается резкое увеличение ρ_{τ} , которое постепенно выравнивается с удалением от проводника. Такие аномалии характерны для солянокупольной тектоники Прикаспийской впадины. При приближении к мульде на кривых становления поля наблюдается характерный „завал“, то есть резкое уменьшения продольной проводимости вплоть до смены знака эдс. Модель „Грабен“ (рисунок 6) демонстрирует слабую эффективность метода ЗСБ при выявлении в разрезе высокоомного блока пород. На ранних временах эффект от этого блока практически отсутствует. Небольшие искажения наблюдаются на контактах блока и полупластин.

Модель позволяет оценить возможность выявления в разрезе очень узкого проводящего тела и эффекты, связанные с ним. (модель 3, „Лента“). Изменение проводимости нижней пластины показана на рисунке 7.

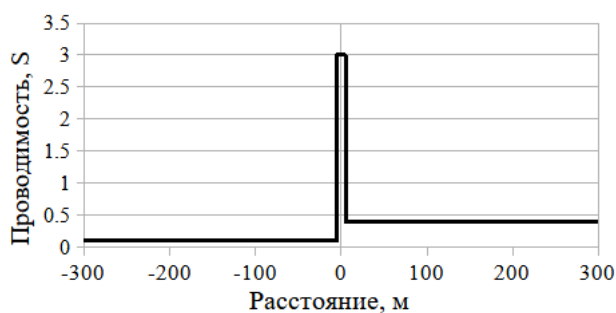


Рисунок 7. График продольной проводимости второй пластины, модель „Лента“.

В практике полевых работ при поисках кимберлитовых даек авторами (а также М. Гольдманом, проводившим измерения на Стене Плача в Израиле) экспериментально установлено, что узкий проводящий объект может быть уверенно выявлен только тогда, когда-либо линия АВ располагается непосредственно над объектом. Таким образом расчеты проведены при следующих расположениях установки (рисунок 8).

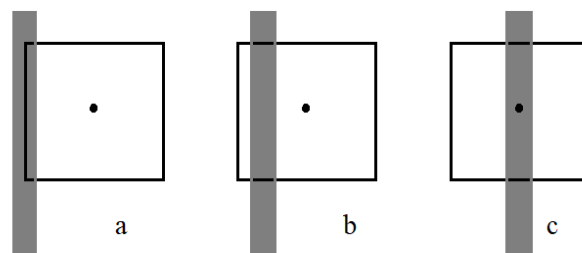
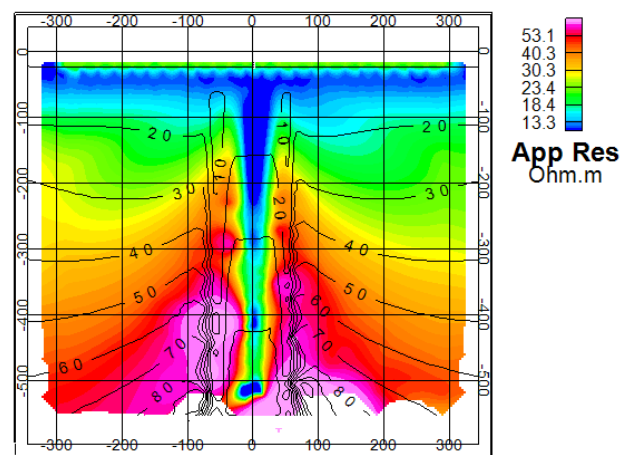
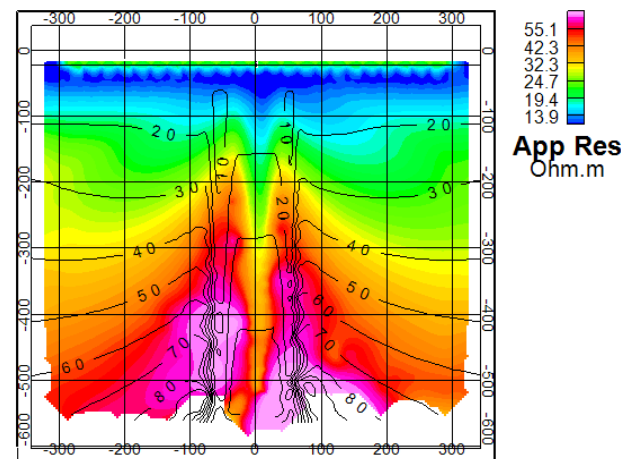


Рисунок 8. Расположение узкого проводящего тела относительно установки петля в петлю. Серым цветом показано расположение тела.

Разрезы $\rho_{\tau}(H)$ показаны на рисунках 9 (a, b, c). Расчеты подтвердили экспериментально обнаруженный эффект (Рисунок 5а): аномалия максимальной амплитуды регистрируется при расположении электрической линии над вставкой. Когда ни электрическая линия, ни точка измерения не располагаются над локальным проводящим телом, объект может быть пропущен: аномалия, ему соответствующая по амплитуде не велика (рисунок 5b).



a



b

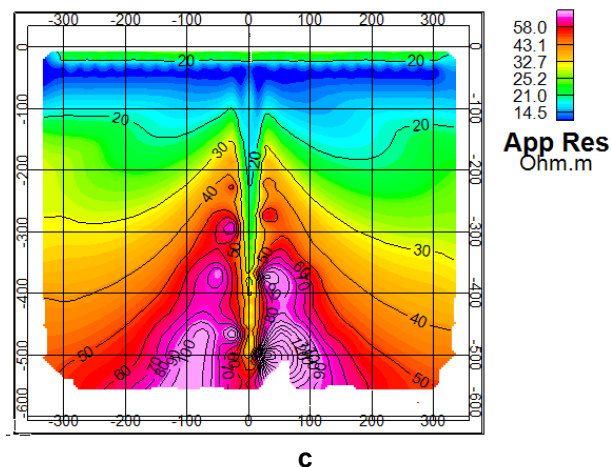


Рисунок 9. Разрез кажущегося сопротивления для модели 3 („Лента“).

Когда точка записи располагается над телом, то возникает как бы промежуточный вариант (рисунок 5с): аномалия меньшей амплитуды, как в случае 5а, но большей, чем в случае 5б. Очевидно, что при поисках узких объектов, особенно с использованием генераторных рамок больших размеров необходима очень плотная сеть наблюдений. Искажения от очень проводящего объекта значительны, особенно в непосредственной близости от него.

Модель 4, названный нами „Клин“ как и модель 5 состоит из четырех пластин с проводимостью $S_1=1$ S, $S_2=0.087$ S, $S_4=0.11$ S, $h_1=11$ м, $h_2=41$ м, $h_3=45$ м, $h_4=65$ м.

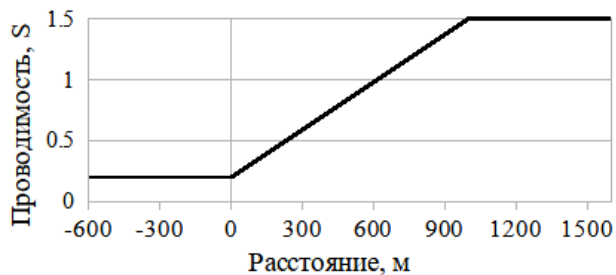


Рисунок 10. График продольной проводимости третьей пластины, модель „Клин“.

Данная модель является слабо контрастной и на искажения от неоднородностей (рисунок 11) незначительны.

Модель 5 („Полусинусы“) характеризуется резким изменением проводимости (рисунок 12).

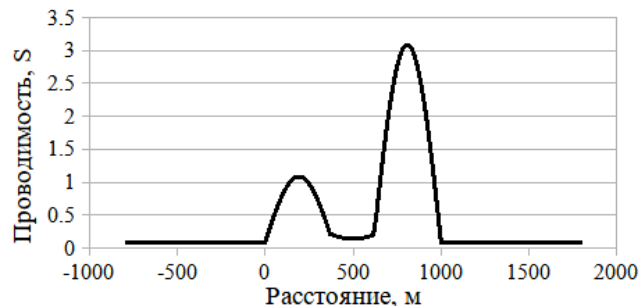


Рисунок 12. График электропроводности третьей пластины, модель „Полусинусы“.

На рисунке 13 показан геоэлектрический разрез, показывающий, что одномерная интерпретация данных, зарегистрированных в такого типа разрезах невозможна.

Выводы

Разработан алгоритм и создана программа для расчетов становления поля в двумерных средах, состоящих из набора пластин, полупластин и вставок. Такие модели могут с служить достаточно близким приближением к реальным высокоомным разрезам, включающим в своем объеме проводящие линзы, разломы, рудные тела, кимберлитовые трубки и дайки. Расчеты выполнены методом зеркальных отображения и последовательных приближений. Решения задачи становления поля представлены аналитическими функциями, поэтому расчеты производятся с высокой точностью для любых времен. Время расчета модели, включающей слои и около сотни вставок в широком диапазоне времен не превышает 4 с.

Расчеты проведены для широкого класса моделей. Показано, что в случае, когда в разрезе присутствуют локальные проводники, искажения ими обусловленные могут быть зафиксированы на расстояниях в несколько раз превышающих объект. С удалением от объекта искажения проявляются на более поздних временах. Если в неоднородной пластине присутствует высокоомная вставка, она может быть обнаружена только на поздних временах. Обнаружение в разрезе узких проводящих тел требует существенного сгущения сети зондирования, поскольку максимальный сигнал регистрируется только в том случае, если сторона генераторной рамки находится непосредственно над проводящей вставкой (дайкой, узким телом). Поскольку каждая из сторон АВ и А'В' могут поочередно располагаться над вставкой, то аномалии будут зарегистрированы дважды, невзирая на то, что обе они связаны только с одним объектом.

В средах, где проводимость слоя слабо изменяется от по горизонтали, искажения от двумерных объектов незначительны. В

контрастных средах, напротив, искажения от неоднородных структур столь существенны, что одномерная интерпретация полевых данных может привести к существенным ошибкам при определении геоэлектрических и структурных параметров разреза.

ЛИТЕРАТУРА

- Задорожная ВЮ, 1984 Интерпретация результатов зондирований становлением электромагнитного поля в ближней зоне при поисках органогенных образований в Прикаспийской синеклизе. Диссертация на соискание ученой степени кандидата геолого-минералогических наук. М: ВНИИГеофизика.
- Сидоров ВА, Тикшаев ВВ, 1970. Интерпретация кривых становлением поля в ближней зоне. Разведочная геофизика, № 42, М: Изд-во Недра, с 48-59.
- Смайт ВР, 1954. Электростатика и электродинамика. М: Изд-во ИЛ.

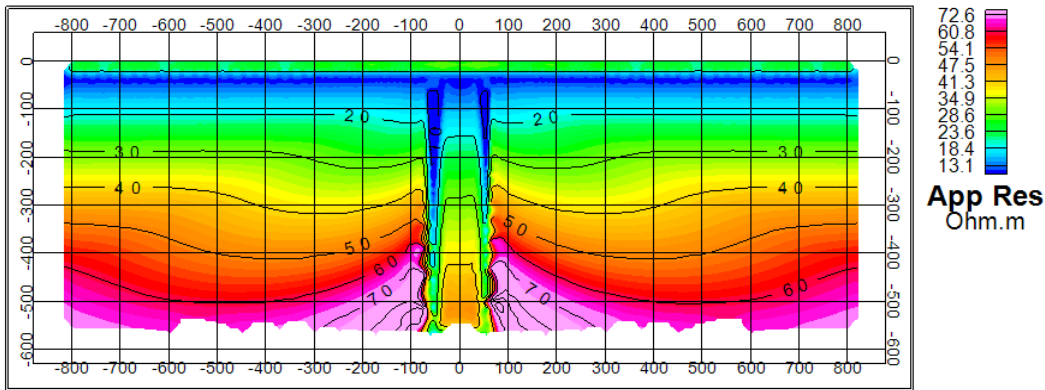


Рисунок 5. Разрез кажущегося сопротивления для модели 2 („Горст“).

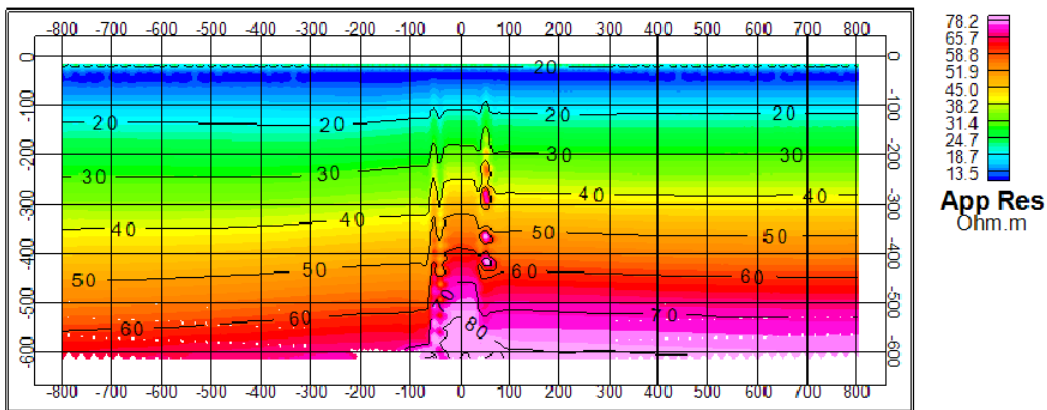


Рисунок 6. Разрез кажущегося сопротивления для модели 3 („Грабен“).

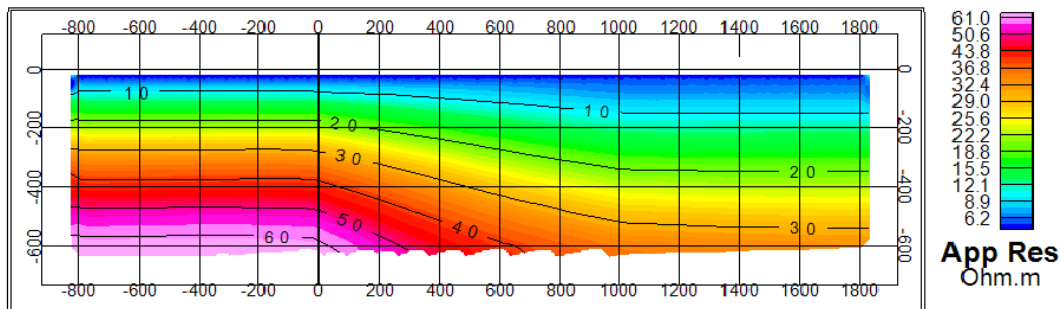


Рисунок 11. Разрез кажущегося сопротивления для модели 4 („Клин“).

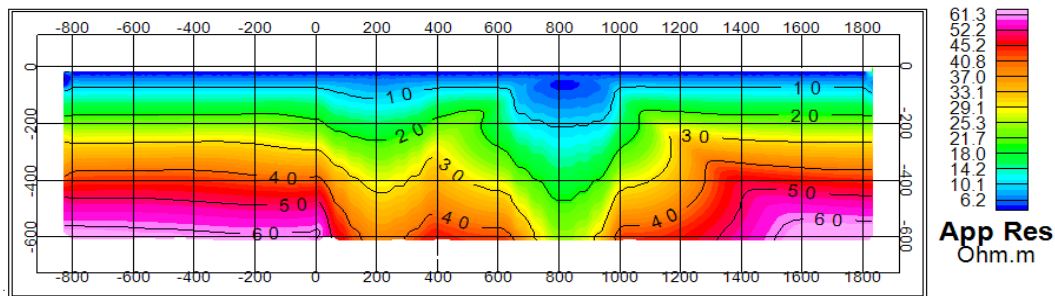


Рисунок 13. Разрез кажущегося сопротивления для модели 5 („Полусинусы“).