Обратная задача частотного зондирования градиентно-слоистых сред

Ж.Г. Ингтем[1]
[1]ВМК, МГУ имени М.В. Ломоносова, Shenzhen MSU-BIT University, email j-g.ingtem@cmc.msu.ru

Аннотация

В настоящей работе представлено решение обратной задачи частотного зондирования для градиентно-слоистых сред. Решением обратной задачи является набор параметров, состоящий из электропроводности и мощности слоев. Задача рассматривается на множестве кусочно-линейных функций электропроводности с конечным числом разрывов. В силу своей некорректности и большого количества искомых параметров (на каждом слое необходимо найти значение электропроводности и значение мощности), обратную задачу частотного зондирования обычно решают для кусочно-постоянной электропроводимости слоистой среды (т.е. для N слоев необходимо найти 2N параметров). Учитывая, что теорема единственности решения обратной задачи доказана для функций электропроводности, принадлежащим классу кусочно-аналитических с конечным числом разрывов, в настоящей работе предлагается использовать кусочно-линейную электропроводность (для каждого слоя ищутся 2 параметра электропроводности и мощность, т. е. для N слоев необходимо найти 3N параметров). Это позволяет увеличить разрешающую способность среды.

Ключевые слова: обратная задача частотного зондирования, градиентно-слоистая среда

Введение

В настоящей работе для решения обратной задачи частотного зондирования применяется метод подбора (Дмитриев и др. 1987) и метод минимального числа слоев (Дмитриев 2016). Основываясь на теории регуляризации неустойчивых задач (Тихонов и Арсенин 1979), устойчивое решение обратных задач надо искать в компактном классе функций.

В случае градиентно-слоистых сред мы рассматриваем решение т.е. распределение электропроводности на компактном множестве кусочно-линейных функций.

Метод подбора

Для случая градиентно-слоистой среды распределение электропроводности берется из класса кусочно-линейных функций

$\sigma(z)=\sigma_n+\sigma'_n(z-z_{n-1})$; $z\in[z_{n-1},z_n]$, $n\in[1,N]$

$z_0=0$, $z_N=H$, N – число слоев,

z_n – глубины слоев,

$\sigma_n=\sigma(z_n+0)$,

σ'_n – средний градиент электропроводности в слое $[z_{n-1},z_n]$.

Таким образом параметры модели являются:

$\bar{p}=(\sigma_1,\ldots,\sigma_N,\sigma'_1,\ldots,\sigma'_N,h_1,\ldots,h_N)$

$h_{n-1}=z_n-z_{n-1}$ – мощность n–го слоя.

Решение обратной задачи заключается в определении параметра $\bar{p}$ по наблюденной (в нашем случае вычисленной т.к. все данные берутся из математической модели задачи) характеристике поля.

В качестве характеристики поля выступает кажущееся сопротивление по электрическому полю т.е. нормированная величина поля:

$$\rho_E=\frac{2\pi l^4}{3m_z}|E_x|$$

Для решения обратной задачи необходима априорная информация среды. В качестве такой информации может выступать количество слоев, которое можно определить по поведению кажущегося сопротивления, а также диапазоны значений, которым принадлежат мощность и электропроводность. По имеющейся априорной информации создается первое приближение набора параметров $\bar{p}$ необходимое для реализации минимизации функционала невязки

$\|\Delta\rho_\kappa\|^2<\delta^2$,

где $\rho_k(\omega,l)=A[\bar{p},\omega,l]$

A – нелинейный оператор действующий на параметр $\bar{p}$ и зависящий от частоты ω и от разноса l между приемником и источником.

Таким образом для решения обратной задачи необходимо найти такой набор параметров $\bar{p}$, который дает кажущееся сопротивление, совпадающее с кажущимся сопротивлением для измеренного поля:

$\|\Delta\rho_\kappa\|^2<\delta^2$

Учитывая, что кажущееся сопротивление и частота могут изменяться на несколько порядков, удобнее сравнивать логарифмы т.е. невязка определяется в виде: $\|\ln\Delta\rho_K\|^2_{L_2}$.

Минимизация функционала невязки позволяет найти устойчивое кусочно-линейное решение. Однако в некоторых моделях минимизация одной невязки недостаточно и требуется вводить регуляризацию.

Метод минимального числа слоев

Метод минимального числа слоев был использован и показал эффективный результат для слоистых сред с кусочно-постоянным распределением электропроводности (Дмитриев 2016).
Данный метод отличается от метода подбора тем, что он позволяет охарактеризовать слоистую среду при малом количестве априорной информации о среде.
Количество слоев считается неизвестным. Низкочастотная асимптотика поля дает электропроводность подстилающего слоя, которая предполагается постоянной.
Решение обратной задачи с помощью метода минимального числа слоев находится шаг за шагом. Сначала решение строится для двуслойной среды если невязка не близка к погрешности, то решение строится для трехслойной среды и т.д. пока невязка кажущегося сопротивления не станет близкой к погрешности (погрешность состоит из ошибки измерения и из модельной ошибки).
Метод минимального числа слоев позволяет эффективно найти решение обратной задачи для градиентно-слоистых сред для небольшого числа слоев. Это связано с тем, что для расширенных моделей и при большом количестве параметров обратный оператор имеет большую норму.

Выводы

При наличии априорной информации целесообразно использовать метод подбора, этот метод позволит быстрее и точнее определить параметры среды. Однако в ситуациях, отсутствия априорной информации метод минимального числа слоев позволит эффективно охарактеризовать слоистую среду.

Благодарность

Выражаю глубокую благодарность проф. В.И.Дмитриеву за наставление и бесценный опыт.

Литература

Дмитриев ВИ, Новиков ДБ, Федорова ЭА, 1987, Численное моделирование в геофизических исследованиях. М: Изд-во МГУ

Тихонов АН, Арсенин ВЯ, 1979, Методы решения некорректных задач. М: Изд-во Наука

Dmitriev VI, 2017, Inverse Problems of Frequency Sounding in Layered Media. Comput Math Model V 28, p1-11. doi:10.1007/s10598-016-9340-3