

## ФЕНОМЕН ПОЛЯ ИСТОЧНИКОВ ЭЛЕКТРОМАГНИТНОЙ ЭМИССИИ В ЗЕМЛЕ - ЭФФЕКТ ДОПЛЕРА В ПРОВОДЯЩЕЙ СРЕДЕ

П.Н. Александров<sup>1</sup>, А.К. Рыбин<sup>2</sup>

<sup>1</sup>ЦГЭМИ ИФЗ РАН, alexandr@geo.igemi.troitsk.ru

<sup>2</sup>Научная станция РАН в г. Бишкеке, rybin99@yandex.ru

### АННОТАЦИЯ

Согласно рабочей гипотезе теории геофизического мониторинга современных геодинамических процессов, изложенной в работах (Alexandrov, 1997; Непейна, 2021), сейсмоакустическая (САЭ) и электромагнитная (ЭМИ) эмиссии являются суперпозицией полей элементарных источников эндогенного происхождения. Основным вопросом электромагнитного мониторинга является вопрос глубинности информации, получаемой на поверхности Земли, о необратимых деформациях горной породы, проявляющихся в виде процессов трещинообразования. Последовательное появление в пространстве и во времени источников (источники появляются с временной задержкой в разных точках геосреды), непосредственно связано с возникновением движущихся источников, эффективная скорость перемещения которых весьма существенно влияет на формирование полей как сейсмоакустической, так и электромагнитной эмиссии, при этом обеспечивая уменьшение затухания этих полей в Земле по отношению к случаю неподвижных источников эмиссии.

**Ключевые слова:** электромагнитная эмиссия, эффект Доплера, современные геодинамические процессы

Движение источника означает зависимость его пространственных координат от времени. В качестве примера, рассмотрим однородное изотропное пространство с постоянными во времени электромагнитными параметрами -  $\mu$ ,  $\sigma$  (соответственно, магнитная проницаемость и удельная электропроводность). В квазистационарном случае компоненты векторов электромагнитного поля, электродинамические потенциалы будут удовлетворять уравнению вида

$$\nabla^2 \varphi - \mu \sigma \frac{\partial}{\partial t} \varphi = -F(x - x_0, y - y_0, z - z_0, t), \quad (1)$$

где  $x, y, z$  - пространственные координаты точки наблюдения,  $x_0, y_0, z_0$  - пространственные координаты точки источника,  $t$  - время,  $\varphi$  - некоторая функция пространственных координат и времени,  $F$  - источник электромагнитного поля.

В случае движущегося источника, его местоположение будет функцией времени  $z_0 = z_0(t)$  (здесь и далее будем рассматривать движение источника только вдоль оси  $Z$ , если не оговорено иное), решение уравнения (1) будет

$$\varphi = F * G, \quad (2)$$

где  $*$  - оператор свертки по пространственным и временной переменным,

$$G = \frac{\left(\frac{\sigma \mu}{\pi}\right)^{\frac{1}{2}}}{8\pi t^2} e^{-\frac{\sigma \mu}{4t}} - \text{функция Грина уравнения}$$

теплопроводности,  $r = \sqrt{x^2 + y^2 + z^2}$ .

Пусть источник описывается следующим образом:

$$F = \delta(x)\delta(y)\{\delta(z - z_0(t_1))\delta(t - t_1) - \delta(z - z_0(t_2))\delta(t - t_2)\},$$

$t_2 > t_1$ ,  $\delta$  - дельта-функция Дирака.

Тогда решение (2) примет вид:

$$\varphi = G(x, y, z - z_0(t_1), t - t_1) - G(x, y, z - z_0(t_2), t - t_2),$$

или, при малых  $\Delta t = t_2 - t_1$ ,

$$\varphi = \Delta t \left( \frac{\partial}{\partial t} G + v \frac{\partial}{\partial z} G \right), \quad \text{где } v = \frac{z_0(t_2) - z_0(t_1)}{t_2 - t_1} = \frac{\Delta z}{\Delta t} -$$

скорость перемещения источника.

Иначе говоря, появляется дополнительный источник электромагнитного поля, связанный с его движением. При увеличении числа источников  $n$  за постоянный интервал времени  $T = n \cdot \Delta t$  последнее выражение сводится к интегральной сумме и в пределе  $\Delta t \rightarrow 0$  получим

$$\varphi = \lim_{\substack{\Delta t \rightarrow 0 \\ n \rightarrow \infty}} \Delta t \sum_{i=1}^n \left( \frac{\partial}{\partial t} G_i + v_i \frac{\partial}{\partial z} G_i \right) = \int_0^T \left( \frac{\partial}{\partial t} G + v \frac{\partial}{\partial z} G \right) d\tau = \frac{\partial}{\partial t} \int_0^T G d\tau + \int_0^T v \frac{\partial}{\partial z} G d\tau,$$

$t > T$ ,  $G = G(x, y, z - z_0(\tau), t - \tau)$ .

Анализ влияния скорости движения на создаваемое им электромагнитное поле показывает, что морфология функции  $\varphi$  резко меняется в зависимости от скорости перемещения источника (Alexandrov, 1997). Затухание поля в пространстве слабее, чем для неподвижного (закрепленного) источника.

Отметим, что в случайной последовательности источников в пространстве и времени, а также случайной амплитудой, всегда можно выделить движущийся источник в указанном выше смысле.

### Механизм формирования «эффекта Доплера» в проводящей среде

Распространение фиксированной амплитуды поля, либо какой-либо характеристики, например, перехода через ноль максимума амплитуды, определяемая по приравнению нулю производной функции по времени и т.п., позволяет определять вектор скорости распространения поля.

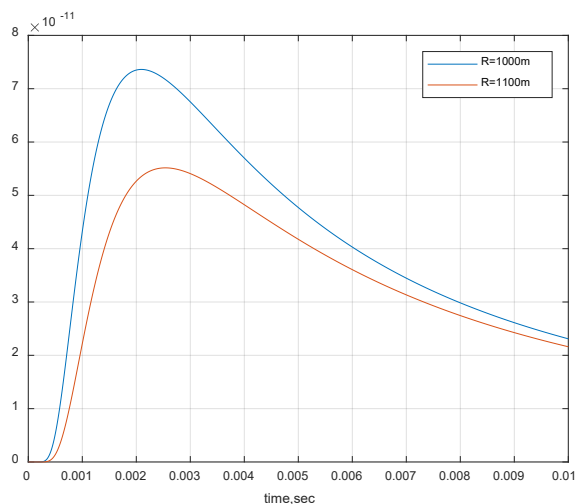
Эффект Доплера имеет место как в акустике (волновой процесс), так и в проводящих средах (диффузионный процесс). Рассмотрим уравнение теплопроводности

$$\frac{\partial G}{\partial t} = a \nabla^2 G \quad a = \frac{1}{\mu \sigma},$$

решение которого имеет вид

$$G(R, t) = \frac{1}{8(\pi a t)^{3/2}} e^{-\frac{R^2}{4at}}$$

. Графики этой функции на расстоянии 1000м и 1100м для среды с параметрами  $\sigma = 0.01 \text{ См} \cdot \text{м}$ ,  $\mu = 4\pi 10^{-7} \text{ Гн} / \text{м}$  представлены на рис. 1.



**Рисунок 1.** Функция Грина как функция времени от расстояния R=1000/1100м до источника в однородной среде с параметрами  $\sigma = 0.01 \text{ См} \cdot \text{м}$ ,  $\mu = 4\pi 10^{-7} \text{ Гн} / \text{м}$ .

Найдем производную по времени и приравняем нулю

$$\frac{\partial}{\partial t} f(x, y, z, t) = -\frac{3}{2} \frac{1}{8(\pi a)^{3/2} t^{5/2}} e^{-(R^2)/(4at)} + \frac{1}{8(\pi a t)^{3/2}} e^{-(R^2)/(4at)} \frac{R^2}{4at^2}$$

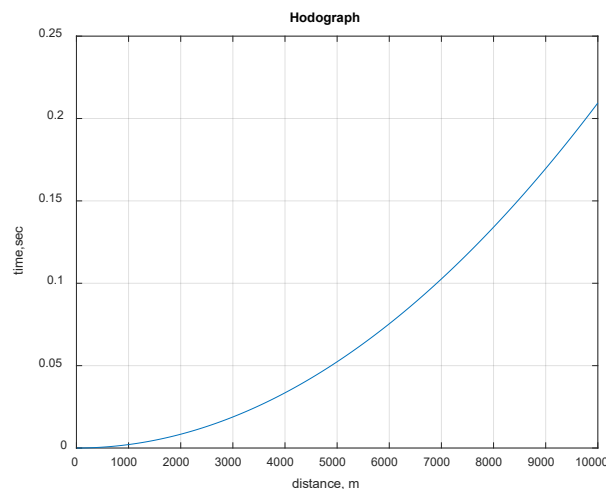
$$\left(-\frac{3}{2} t + \frac{R^2}{4a}\right) \frac{1}{8(\pi a)^{3/2} t^{7/2}} e^{-(R^2)/(4at)} = 0$$

Отсюда

$$t = \frac{R^2}{6a} = \sigma \mu \frac{R^2}{6}$$

Это соотношение определяет годограф (время прихода максимума функции Грина в точку

наблюдения), график которого представлен на рис.2.

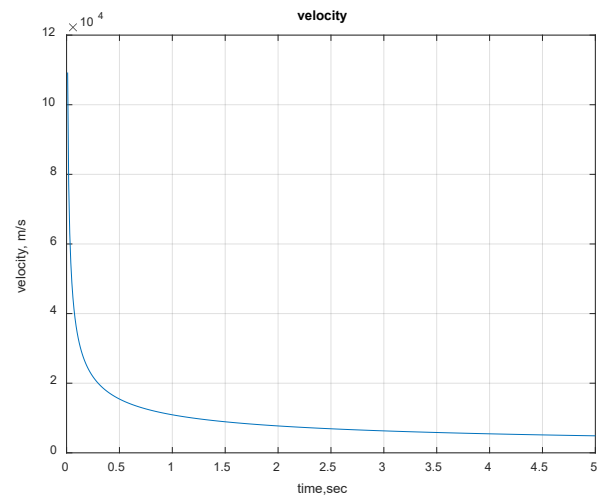


**Рисунок 2.** Годограф максимума функции Грина – ЭМ-импульса, распространяющегося в проводящей однородной среде.

Из представления  $R = \sqrt{6at}$ , скорость перемещения максимума функции Грина будет

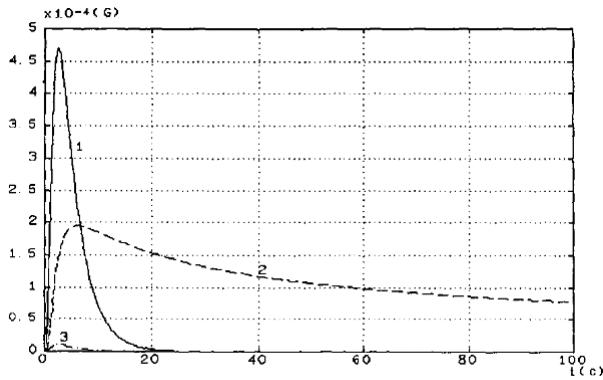
$$V = \frac{\partial R}{\partial t} = \frac{1}{2} \sqrt{\frac{6}{\sigma \mu t}}$$

график которой представлен на рис.3.



**Рисунок 3.** График скорости распространения максимума функции Грина в зависимости от времени.

Скорость распространения максимума достигает уровня сейсмических скоростей на поздних временах и, следовательно, на больших расстояниях. Отсюда следует, что в случае движущегося источника в проводящей среде возможно появление эффекта Доплера, аналогичного этому эффекту в акустике, но со своими особенностями. Следующий рисунок (рис.4) иллюстрирует этот эффект на основе прямых вычислений для однородной среды.



**Рисунок 4.** Функция Грина как функция времени на расстоянии 1000м в среде с параметрами  $\sigma = 0.1 \text{ См} \cdot \text{м}$ ,  $\mu = 4\pi 10^{-7} \text{ Гн} / \text{м}$ . Источник проходит расстояние 1м со скоростью: 1 – 3000м/с, 2 – 0м/с, 3 – (-3000м/с).

моделирования (рис.4), при движении источника в направлении приемника амплитуда поля возрастает и импульс становится более высокочастотным (кривая 1). При движении источника в противоположном направлении (от точки наблюдения) амплитуда поля убывает (кривая 3) по сравнению с закрепленным источником (неподвижном, кривая 2) и импульс становится более низкочастотным.

#### Первичное поле источников ЭМИ

Рассмотрим формирование первичных полей источников ЭМИ, появляющихся в разных точках однородного и изотропного пространства, в разные моменты времени. Не уменьшая общности, представим поле ЭМИ  $\varphi$ , с использованием преобразования Фурье по пространственным координатам  $x, y, z$  и времени  $t$ , в виде:

Как следует из результатов численного

$$\begin{aligned} \varphi &= \varphi(x, y, z, t) = \sum_{j=1}^n I_j G(x - x_j, y - y_j, z - z_j, t - t_j) = \sum_{j=1}^n I_j G(x - (\tilde{x} - \Delta x_j), y - (y - \Delta y_j), z - (\tilde{z} - \Delta z_j), t - (\tilde{t} - \Delta t_j)) = \\ &= \sum_{j=1}^n I_j \int \int \int \int \check{G}(k_x, k_y, k_z, \omega) e^{-i(k_x(x-\tilde{x})+k_y(y-\tilde{y})+k_z(z-\tilde{z})+\omega(t-\tilde{t}))} e^{i(k_x \Delta x_j + k_y \Delta y_j + k_z \Delta z_j + \omega \Delta t_j)} dk_x dk_y dk_z d\omega = \\ &= \int \int \int \int \check{G}(k_x, k_y, k_z, \omega) e^{-i(k_x(x-\tilde{x})+k_y(y-\tilde{y})+k_z(z-\tilde{z})+\omega(t-\tilde{t}))} \sum_{j=1}^n I_j e^{i(k_x \Delta x_j + k_y \Delta y_j + k_z \Delta z_j + \omega \Delta t_j)} dk_x dk_y dk_z d\omega, \end{aligned}$$

где  $G$  - функция Грина соответствующей электродинамической задачи в пространственно-временной области ( $\check{G}$  - ее образ Фурье);  $I_j, x_j, y_j, z_j$  - соответственно, амплитуда и пространственные координаты элементарного источника ЭМИ, появившегося в момент времени  $t_j$  в интервале времени наблюдения  $T = n \cdot \Delta t$ ,  $\Delta t$  - интервал появления элементарных источников;  $\tilde{x}, \tilde{y}, \tilde{z}$  - средние значения пространственных координат элементарных источников, образующих один источник и появляющийся в некоторый момент времени  $\tilde{t} \in [0, T]$ , где, как и выше,  $T$  - интервал времени измерения поля ЭМИ.

Отметим, что  $\omega$  - частота, связанная с шагом дискретизации записи (который должен быть достаточно малым, чтобы восстановить форму отдельного импульса) и длительностью записи, а  $\Delta t$  - интервал следования импульсов в источнике. Поэтому выполнение условия  $\omega \Delta t_j \ll 1$  всегда можно добиться, увеличивая время регистрации поля ЭМИ.

Учитывая, что при разложении по плоским волнам область пространственных частот ограничена  $k = \sqrt{k_x^2 + k_y^2 + k_z^2} \rightarrow 0$  (при измерениях вдали от источника), и полагая  $\sum_{j=1}^n I_j = 0$ , получим:

$$\begin{aligned} \varphi(x, y, z, t) &\approx \\ &\int \int \int \int \check{G}(k_x, k_y, k_z, \omega) e^{-i(k_x(x-\tilde{x})+k_y(y-\tilde{y})+k_z(z-\tilde{z})+\omega(t-\tilde{t}))} \times i \left( k_x \sum_{j=1}^n I_j \Delta x_j + k_y \sum_{j=1}^n I_j \Delta y_j + k_z \sum_{j=1}^n I_j \Delta z_j + \omega \sum_{j=1}^n I_j \Delta t_j \right) dk_x dk_y dk_z d\omega = \\ &= \frac{\partial G'}{\partial x} \sum_{j=1}^n I_j \Delta x_j + \frac{\partial G'}{\partial y} \sum_{j=1}^n I_j \Delta y_j + \frac{\partial G'}{\partial z} \sum_{j=1}^n I_j \Delta z_j + \frac{\partial G'}{\partial t} \sum_{j=1}^n I_j \Delta t_j = \Delta t \frac{\partial G'}{\partial x} \sum_{j=1}^n I_j \frac{\Delta x_j}{\Delta t} + \Delta t \frac{\partial G'}{\partial y} \sum_{j=1}^n I_j \frac{\Delta y_j}{\Delta t} + \Delta t \frac{\partial G'}{\partial z} \sum_{j=1}^n I_j \frac{\Delta z_j}{\Delta t} + \Delta t \frac{\partial G'}{\partial t} \sum_{j=1}^n I_j j = \\ &= \Delta t \frac{\partial G'}{\partial x} \sum_{j=1}^n I_j v_x^j + \Delta t \frac{\partial G'}{\partial y} \sum_{j=1}^n I_j v_y^j + \Delta t \frac{\partial G'}{\partial z} \sum_{j=1}^n I_j v_z^j + \Delta t \frac{\partial G'}{\partial t} \sum_{j=1}^n I_j j, \end{aligned} \tag{3}$$

где определили  $\Delta t_j = j \Delta t$ ;  $G' = G(x - \tilde{x}, y - \tilde{y}, z - \tilde{z}, t - \tilde{t})$  и ограничились

первыми двумя членами разложения экспоненты в ряд Тейлора.

Если источники ЭМИ сосредоточены вблизи одной пространственной точке, то  $\Delta x_j = \Delta y_j = \Delta z_j \rightarrow 0$ . Положим амплитуды сосредоточенных источников случайными величинами, распределенными по нормальному закону с нулевым математическим ожиданием. Тогда дисперсия последнего слагаемого

$$\Delta t \sum_{j=1}^n I_j j = T \left( \frac{1}{n} \sum_{j=1}^n I_j j \right)$$

в последнем уравнении (3)

будет равна (Прудников и др., 1980)

$$D \left( \sum_{j=1}^n I_j j \right) = \frac{d}{n^2} \sum_{j=1}^n j^2 = \frac{d}{n^2} \frac{1}{6} n(n+1)(2n+1) \cong \frac{1}{2} dn,$$

где  $d$  - дисперсия последовательности случайных чисел  $I_j$ .

В общем случае, первые три слагаемых в (3) являются интегральными суммами и сходятся, при  $\Delta t \rightarrow 0$  и  $n \rightarrow \infty$ , к интегралам вида

$$\lim_{\substack{\Delta t \rightarrow 0 \\ n \rightarrow \infty}} \Delta t \sum_{j=1}^n I_j v_x^j = \int_0^T I(\tau) v_x(\tau) d\tau,$$

$$\lim_{\substack{\Delta t \rightarrow 0 \\ n \rightarrow \infty}} \Delta t \sum_{j=1}^n I_j v_y^j = \int_0^T I(\tau) v_y(\tau) d\tau,$$

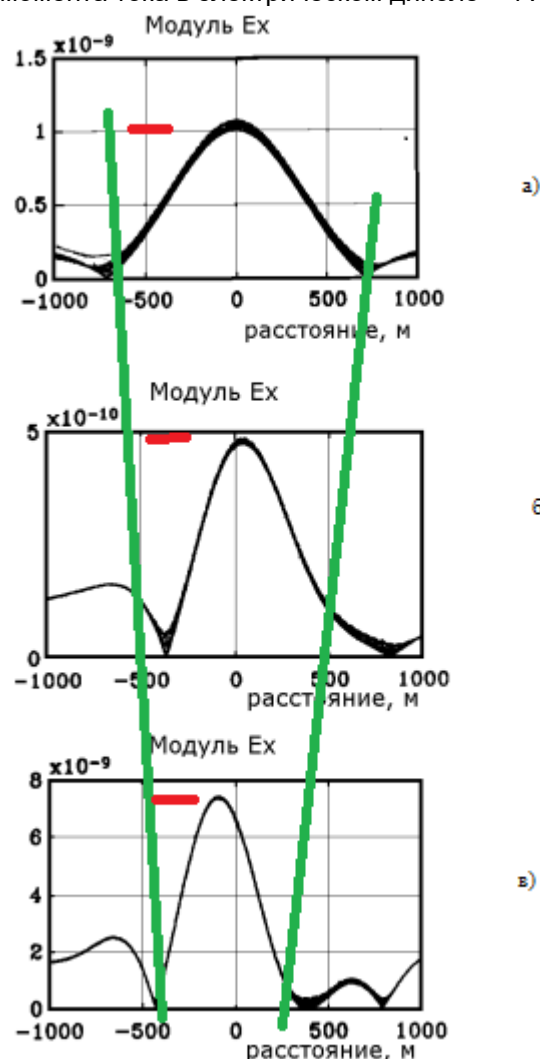
$$\lim_{\substack{\Delta t \rightarrow 0 \\ n \rightarrow \infty}} \Delta t \sum_{j=1}^n I_j v_z^j = \int_0^T I(\tau) v_z(\tau) d\tau,$$

где  $v_x, v_y, v_z$  - скорости перемещения элементарного источника, соответственно, вдоль координатных осей  $x, y, z$  относительно центральной точки с координатами  $\tilde{x}, \tilde{y}, \tilde{z}$ .

Таким образом, в пространственной области для рассредоточенных источников САЭ и ЭМИ суммарный сигнал на низких частотах будет пропорционален сумме пространственных и временной производных передаточной функции среды.

В качестве модельного примера рассмотрим результаты вычисления поля ЭМИ. На рис. 5 приведены результаты расчетов случайного поля горизонтальной составляющей электрического поля  $E_x$  на границе проводящего и непроводящего (изолятор) полупространств для источников электромагнитного поля, которые находились в проводящем полупространстве (электропроводность 0.1 См/м) внутри области разрушения, представленной в виде шара диаметром 200м на глубине 1000 м. Источники моделировались электрическим диполем со случайным распределением (по нормальному закону) их местоположения внутри этой области. При этом координаты источников и их амплитуда распределены по нормальному закону со средним, равным нулю, и дисперсией, равной:

для пространственных координат, - 200 м, для момента тока в электрическом диполе - 1 А/м.



**Рисунок 5.** Результаты численного моделирования горизонтальной составляющей электрического поля  $E_x$  на границе проводящего (электропроводность 0.1 См/м) и непроводящего (изолятор) полупространств для разного количества источников, появляющихся в единице времени ( $N=1,10,100$ ), источников и распределенных в проводящем полупространстве с центром, находящимся на глубине 1000 м.

На графиках (рис. 5) представлены результаты расчета  $x$ -компоненты напряженности электрического поля вдоль профиля, проходящего над центром области генерации источников ЭМИ. Поле рассчитывалось для частот от 0.5 до 5 Гц с шагом 0.5 Гц (шифр кривых - частота, причем практически в этом диапазоне частот они сливаются, вследствие чего кривые не подписаны). На рисунке 5 приведены графики: (а) для одного источника ( $N=1$ ) в секунду, находящегося в центре области

генерации поля ЭМИ, (б) для 10 источников ( $N=10$ ) в секунду, (в) для 100 источников ( $N=100$ ) в секунду. Эти графики показывают, что с увеличением количества источников наблюдается изменение характера поведения кривых модуля  $|E_x|$ , причем вдоль профиля эти кривые ведут себя закономерным (детерминированным) образом. Асимметрия кривых объясняется появлением пространственных производных в случае движущегося источника (уравнение (3)). При увеличении количества импульсов центральная часть графиков сужается, а максимальная амплитуда увеличивается пропорционально  $\sqrt{n}$ . Следует отметить убывание амплитуды вне центральной части графиков, например, на расстоянии 500м. Это связано с обострением диаграммы направленности совокупности излучателей, расположенных в объеме разрушения, и является следствием эффекта движущегося источника. Многократные повторения модельных расчетов с изменениями ориентации источников, глубины их расположения и области разрушения, показывают аналогичное поведение кривых и для других компонент электромагнитного поля. Отметим, что случайный сигнал собственного электромагнитного излучения Земли, составленный из причинных сигналов (в результате чего имеется сдвиг фаз  $\omega\Delta t_j$ ), приводит к обогащению низкочастотной части спектра сигнала ЭМИ. Соответственно, источники ЭМИ могут сформировать низкочастотный сигнал поля и при большом количестве самих элементарных излучателей, появляющихся в единицу времени. Рассмотренная модель отражает процесс локального лавинообразного трещинообразования геосреды, определенный в лавинно-неустойчивой модели подготовки землетрясения (Соболев, 1993).

### Выводы

Результаты численного моделирования поля источников ЭМИ со случайным распределением местоположения, амплитуды и направление электрических диполей показали, что при увеличении количества источников в единицу времени пространственная аномалия электромагнитного поля эндогенного происхождения сужается, а амплитуда напряженности электрического поля при этом увеличивается. Т.е. с увеличением количества источников, появляющихся в единицу времени, происходит кажущийся процесс приближения области разрушения к земной поверхности и уменьшения размера этой области. Данный эффект связан с формированием движущегося

источника электромагнитного поля (эффект Доплера в проводящей среде) и отражает переход совокупности источников ЭМИ в их новое качество. Для неподвижного источника этот эффект не наблюдается. Представленные результаты моделирования подтверждают возможность получения информации о глубинных геодинамических процессах на основе анализа поля ЭМИ, зарегистрированного на поверхности Земли.

### Благодарности

Исследование выполнено при финансовой поддержке РФФИ в рамках научного проекта № 20-05-00475.

### Литература

1. Alexandrov P.N. Matimathical model of electromagnetic field emission taking into account motion of the source // Journal of earthquake prediction research, 1997. V. 6. № 4. P. 560-571.
2. Непейна К.С. Сейсмозлектромагнитный мониторинг современных геодинамических процессов литосферы Северного Тянь-Шаня // Автореферат дис. ... к.г.-м.н. Москва: МГУ, 2021. - 25 с.
3. Прудников А.П., Брычков Ю.А., Маричев О.И. Интегралы и ряды / М.: Наука. Главная редакция физико-математической литературы, 1981. 800 с.
4. Соболев Г.А. Основы прогноза землетрясений. М.: Наука, 1993. 313 с.